

سیر تحولات فکری کورت گودل*

هائووانگ

ترجمه شاپور اعتماد

يك عمر کار فکری گودل را می‌توان [برای سهولت بررسی] به چند مرحله مختلف تقسیم کرد، گو اینکه این کار تا حدی مکانیکی و گمراه کننده است. در طول ۲۳ سال نخست (۱۹۰۶-۱۹۲۹)، اوقات او به آموختن و آماده شدن اختصاص داشت. پس از این دوره، وی به مدت ۱۵ سال (۱۹۲۹-۱۹۴۴) سخت مشغول تحقیقات بسیار پرباری در زمینه منطق ریاضی بود. طی هفت سال بعد (۱۹۴۴-۱۹۵۱)، علاقه عمیق وریشه دار او به فلسفه نقش غالب را در فعالیت فکری اش ایفا می‌کرد. در طول این دوره، توجه وی بیشتر به زبان همگانه^۱ لایب نیتس و ارتباط میان فلسفه کانت و نظریه نسیت معطوف بود. به خصوص، به خاطر علاقه اش به فلسفه فضا و زمان کانت (و نه به دلیل گفتگوهای مکررش با اینشتین)، از سال ۱۹۴۷ تا ۱۹۵۰ یا ۱۹۵۱ به مباحث فیزیک می‌پرداخت.

روی آوردن او به فیزیک و فلسفه، در حدود سالهای ۱۹۴۵، تا اندازه‌ای هم به دلیل کارهای آن زمان او در منطق بود. در سال ۱۹۴۳، گودل موفق شده بود که استقلال اصل موضوع انتخاب را در چارچوب نظریه (متناهی) انواع^۲ اثبات کند، و به نظر می‌رسید که بتوان به کمک این روش استقلال فرضیه پیوستار را هم اثبات کرد، ولی گودل در این امر توفیق نیافت؛ و رفته رفته از این کار سرخورده شد و علاقه خود را به ادامه آن از دست داد.

در طول هفت هشت سال بعد، یعنی از ۱۹۵۱ تا ۱۹۵۸، وی توجه خود را به فلسفه ریاضی معطوف کرد، و به ترتیب، به آماده ساختن سخنرانی خود در سلسله سخنرانیهای گیز، نوشتن مقاله‌ای در اثبات اینکه ریاضیات صرفاً نحو نیست، و ارائه تفسیر ساختگرایانه نظریه کلاسیک اعداد که در ۱۹۵۸ منتشر شد و بخش صرفاً ریاضی آن را قبلاً در سال ۱۹۴۲ کشف کرده بود، پرداخت. احتمالاً در اواخر همین دوره بود که گودل رفته رفته احساس کرد که فلسفه محتاج روشی است که کاملاً با روش علوم پایه تفاوت داشته باشد. [و در نتیجه] در سال ۱۹۵۹ به مطالعه آثار هوسرل^۳ پرداخت. علاقه او به هوسرل برای مدت مدیدی دوام یافت. از سال ۱۹۷۱ تا ۱۹۷۳، وی در گفتگوهای خود با من مرتباً از هوسرل یاد می‌کرد و به من توصیه می‌کرد که به مطالعه آثار بعد از ۱۹۵۵ هوسرل پردازم. در طول دوره ۱۹۵۸ تا ۱۹۷۷، گودل احتمالاً بخش اعظم انرژی خود را صرف ابداع نظام فلسفی خود کرد. علاقه او به فرضیه پیوستار، بدون شک به دلیل انتشار اثر ۱۹۶۳ پال کوهن از نو زنده شد. برای مثال، حدود اوائل سالهای ۱۹۷۰ دستنوشته ناتمامی از او دست به دست می‌گشت و از ۱۹۷۲ تا ۱۹۷۵ روی

مقاله دیگری کار می‌کرد که هر دو در باره مسأله پیوستار بودند. علاوه بر اینها، او از سال ۱۹۶۲ تا ۱۹۶۶ سرگرم تجدیدنظر در آثار چاپ شده اش و افزودن یادداشتها و ضامنی به چاپ جدید سه مجموعه از مقالات قبلی خود بود. در اوائل سال ۱۹۶۷، او طی دو نامه مفصل ارتباط دیدگاه فلسفی خود را با آثارش در زمینه منطق برای من توضیح داد. از سال ۱۹۷۱ تا ۱۹۷۲ اوقات زیادی را صرف کرد تا فلسفه کلی خود را برای من تشریح کند، و در عین حال سرگرم بررسی کاربرد اولیه آن در چند مورد معین بود. این دو نامه او را همراه با این کار بردهای اولیه فلسفی در کتاب ۱۹۷۴ خود چاپ کرده ام. گفتگوهای فلسفی ما از ۱۹۷۲ تا ۱۹۷۷ ادامه داشت. در طول این گفتگوها من یادداشت برداری می‌کردم ولی این یادداشتها بسیار خلاصه و فشرده هستند، و فقط بخش ناچیزی از این یادداشتها و یادداشتهای سالهای قبل را به صورت مبسوط و منظمی نوشتم و به نظر او رساندم.

گودل در طول عمر خود از سلامت عمومی چندان زیادی برخوردار نبود، و در دوره‌هایی از زندگی اصلاً نمی‌توانست به کار جدی بپردازد. به خصوص، وضع سلامتی اش در سال ۱۹۳۶، ۱۹۶۱، ۱۹۷۵ و نیمسال آخر حیات او بسیار بد بود. او [يك بار] به صراحت اعتراف کرد که در دوره ۱۹۴۰-۱۹۴۳ از سلامت نسبتاً زیادی برخوردار بوده است، یعنی طی زمانی که به چندین نتیجه جالب در زمینه منطق دست یافت که بخش اعظم آن تا به امروز همچنان چاپ نشده است.

اکنون اجازه دهید تا اطلاعاتی درباره تحصیلات گودل و زمینه کشفیات او در قلمرو معرفت بشری ارائه دهم. تحصیلات و مسأله دکتری. گودل روز ۲۸ آوریل ۱۹۰۶ در شهر برنوی چکسلواکی تولد یافت. پس از اتمام دوره دبیرستان، در سال ۱۹۲۴ برای ادامه تحصیل در رشته فیزیک به وین رفت. علاقه او به [رعایت] دقت [در کارهای علمی]، وی را از فیزیک به ریاضیات و سپس به منطق ریاضی رهنمون ساخت. او از درسهای فورت ونگلر^۴ در باره نظریه اعداد بسیار لذت می‌برد و علاقه خاصی به این مبحث پیدا کرد، چنانکه بعدها آن را مورد استفاده هم قرار داد، مثلاً در ارتباط با کاربرد قضیه باقیمانده چینی برای بیان توابع بازگشتی اولیه بر حسب عمل جمع و ضرب. در سال ۱۹۲۶ رشته اش را به ریاضیات تغییر داد و مقارن با این کار عضو محفل شلیک^۵ شد. لیکن، او هرگز پوزیتیویست نبود، و حتی در آن زمان هم فقط برخی از نظریه‌های محفل وین را می‌پذیرفت. و بعدها بیشتر و بیشتر از آنها فاصله گرفت. وی تحصیلات دانشگاهی خود را قبل از تابستان ۱۹۲۹ به اتمام رساند. در طول همین دوره، در کلاسهای فلسفه هاینریش گومپرتس^۶ که پدرش به خاطر تحقیقات خود در زمینه فلسفه یونان شهرت داشت، شرکت می‌کرد.

تقریباً در همین زمان بود که گودل چاپ نخست کتاب هیلبرت و آکرمن (۱۹۲۸) را که در آن تمامیت حساب محمولات (باسور مقید)^۷ صورتبندی شده و به عنوان مسأله‌ای حل نشده طرح شده بود، مطالعه کرد. گودل این مسأله را حل و فصل کرد و نتیجه

1. Furtwängler

2. M. Schlick

3. Heinrich Gomperz

4. (restricted) predicate calculus

1. universal characteristic 2. (finite) type theory 3. Husserl

نتیجه‌ای از حکم تصمیم‌ناپذیری استنتاج کرد.

این نتایج به برنامۀ صورتگر ایانۀ هیلبرت که خصلتی تحولگر ایانه و پوزیتیویستی داشت ضربۀ ای‌کنشده وارد کرد. در این اثباتها از خواص منحصر به فرد صوری کردن دقیق و ارتباط آن با روشهای مکانیکی، به‌طور مناسبی بهره‌گیری شده بود. در نتیجه، به‌نحو آشکاری، توجه همه را به اهمیت تصریح مفهوم روش مکانیکی معطوف کرد. این امر نخست به تعریف کلی توابع بازگشتی که هر براند و گودل به‌کار برده بودند منجر شد، و عاقبت در ۱۹۳۶ به توضیح قانع‌کنندۀ مفهوم محاسبه‌پذیری توسط تورینگ انجامید، به‌طوری که کار گودل در این زمینه، تا آنجا که به‌چارچوب اساسی آن مربوط می‌شد، به‌نحو طبیعی تکمیل شد.

می‌گویند که گودل در ۱۹۳۷ گفته است که بعد از قضایای او، دیگر کار بیشتر در زمینه کلی این مبحث فرق‌چندانی به‌حال آن نخواهد کرد. "اکنون، نوبت نظریۀ مجموعه‌هاست."^۱

مسأله پیوستار، درست صدسال پیش^۲، کانتور برای نخستین بار فرضیۀ پیوستار را مطرح کرد و حدس زد که صادق است (مجموعه آثار، ص ۱۳۲). از آن زمان به بعد، او و دیگران به‌عبث تلاش کرده‌اند که این حدس را اثبات یا ابطال کنند. در سال ۱۹۲۵، هیلبرت طرحی برای اثبات این حدس در چارچوب نظریۀ اصل موضوعی مجموعه‌ها ارائه کرد. با آنکه دنبال کردن نحوه استدلال هیلبرت و جزئیات آن کاری دشوار است، به‌نظر می‌آید که یک امر روشن باشد و آن عبارت است از این فکر بکر او: امکان تعریف اعداد ترتیبی شمارا (یا اعضای دومین ردۀ اعداد کانتور) توسط بازگشت، و ساختن توابع به‌کمک بازگشت یا به‌پای ایجاد سلسله مراتبی که سطوح جدید و جدیدتر آن توسط اعداد ترتیبی جدیدی که به‌این نحو ساخته شده‌اند، اندیس‌گذاری می‌شوند.

به‌احتمال زیاد، گودل از طرح پیشنهادی هیلبرت نخست در سال ۱۹۳۵ مطلع شد. و در همین زمان بود که او درباره مسأله پیوستار به‌تفکر پرداخت. وقتی این امر طبیعی به‌ذهن خطور کرد که باید سلسله مراتبی را ایجاد کرد که [سطوح آن] توسط اعداد ترتیبی (متناهی و) شمارا اندیس‌گذاری شده باشد، باز دو پرسش دیگر باقی می‌ماند که باید برای آنها پاسخی پیدا کرد، یعنی: اعداد ترتیبی را از کجا بیآوریم و چه مجموعه‌هایی را در هر سطح سلسله مراتب تعریف کنیم. انتخابی که گودل کرد امروزه آشناست: او تصمیم گرفت که همه اعداد ترتیبی را در نظر گیرد و از سلسله مراتب انشعاب‌دار^۳ استفاده کند. افزون بر این، گودل، برخلاف ادعای هیلبرت، اثبات قاطع فرضیۀ پیوستار را به دست نیاورد بلکه فقط اثبات سازگاری آن را به دست آورد. البته انتخاب او در مورد اینکه نخست به مسأله سازگاری نسبی بپردازد یا اعتقاد او مبنی بر اینکه دشواریها را باید تقسیم و دسته‌بندی کرد کاملاً^۴ مطابقت داشت. اینکه ترتیب تصمیم‌گیری گودل در مورد این سه انتخاب چگونه بوده است کاملاً روشن نیست، ولی به نظر می‌آید که فکر کاربرد

را به عنوان رسالۀ دکتری خود تحریر کرد و در پاییز ۱۹۲۹ آن را ارائه داد، که پذیرفته شد و مورد تأیید قرار گرفت و روز ۶ فوریه ۱۹۳۰ به او مدرک دکتری اعطاء شد. متن رساله با اندکی تجدیدنظر در سال ۱۹۳۰ در نشریۀ *Monatshefte*^۱ به‌چاپ رسید.

قضایای نااطماعت. در قرن نوزدهم، روش اصل موضوعی سنتی هندسۀ اقلیدسی به‌شاخه‌های دیگر ریاضیات نیز تعمیم داده شد. کشف هندسۀهای نااقلیدسی و بررسی دقیق نمایش اعداد حقیقی به عنوان نقاط روی خط، اهمیت سازگاری نسبی و انواع اثباتهای آن را آشکار ساخت. این امر، همراه با صوری شدن دقیق استنتاج منطقی، این‌انگیزه را در هیلبرت پدید آورد که مسأله اثبات سازگاری مطلق آنالیز کلاسیک را با استدلالی درباره همه اثباتهای ممکن در یک نظام اصل موضوعی که به‌طور صریح صورت‌بندی شده باشد، ارائه کند. در هنگام شروع تحقیقات گودل، یعنی مدت کوتاهی قبل از ۱۹۳۰، علاقه [ریاضیدانان] به‌بیشتر این برنامه تحقیقاتی بسیار شدید بود.

در تابستان ۱۹۳۰، گودل به‌مطالعه مسأله اثبات سازگاری آنالیز پرداخت. برای او، این امر که هیلبرت می‌خواست سازگاری آنالیز را به‌وسیله روشهای متناهی^۲ مستقیماً اثبات کند، بسیار عجیب بود. او به‌طور کلی معتقد بود که دشواریها را باید به‌نحو تجزیه و دسته‌بندی کرد که حل هر جزء از جزء بعدی ساده‌تر باشد. در این مورد معین، او معتقد بود که باید نخست سازگاری نظریۀ اعداد را به‌وسیله نظریۀ متناهی اعداد^۳ اثبات کرد، و آنگاه به‌کمک نظریۀ اعداد، و به‌فرض صدق آن، و نه فقط سازگاری آن، به اثبات سازگاری آنالیز پرداخت. مسأله‌ای که او در آن زمان در برابر خود نهاد، سازگاری نسبی آنالیز نسبت به نظریۀ اعداد بود؛ و این مسأله از مفهوم نسبتاً نامشخص نظریۀ متناهی اعداد مستقل است.

او برای حل این مسأله، اعداد حقیقی را به‌وسیله فرمولهای نظریۀ اعداد، یا در حقیقت به‌وسیله "توابع گزاره‌یی" این نظریه، نمایش داد و متوجه شد که باید برای جملات خود نظریۀ اعداد از مفهوم صدق استفاده کند تا بتواند صحت و سقم اصل موضوع تصریح را برای آنالیز تعیین کند. او به سرعت با یک سلسله پارادوکس (به‌خصوص، پارادوکس دروغگو و پارادوکس ریچارد) مواجه شد که به‌مفاهیم صدق و تعریف‌پذیری مربوط می‌شدند. گودل متوجه شد که صدق در نظریۀ اعداد، در خود نظریۀ اعداد قابل تعریف نیست و در نتیجه نقشه‌ای که برای اثبات سازگاری نسبی آنالیز کشیده بود درست از آب درنیامد. اما او نتیجه لازمی را که باید می‌گرفت، گرفت: اینکه در هر نظام نسبتاً قوی، مانند زیردستگاههای کوچک و معینی از نظریۀ انواع یا نظریۀ مجموعه‌ها، گزاره‌هایی وجود دارند که تصمیم‌ناپذیرند.

این نتایج در سپتامبر ۱۹۳۰ در جلسه‌ای در کونیگسبرگ اعلام شدند، جلسه‌ای که، بر حسب تصادف، هیلبرت سخنرانی تحسین‌برانگیز خود، "منطق و درک طبیعت"، را در آن ایراد کرد. چندی بعد، گودل این نتایج را دقیقتر کرد به‌طوری که گزاره‌های تصمیم‌ناپذیر را به‌شکل چندجمله‌ایهایی درآورد که جلوشان سورهای عددی قرار داشت، و قضیۀ دوم (مربوط به اثباتهای سازگاری) را به‌عنوان

1. "Jetzt, Mengenlehre"

۲. این مقاله، متن یک سخنرانی است که در سال ۱۹۷۸ ایراد شده است.

3. ramified hierarchy

1. Monatshefte 2. finitist methods 3. finitist number theory

گودل در طول نیمسال پاییزی ۱۹۳۸-۱۹۳۹ به تفصیل در مورد این نتایج در مؤسسه [پرینستون] سخنرانی کرد، و متن سخنان او در سال ۱۹۴۰ به صورت تکنگاری چاپ شد. طرح مفصلتر و شهودیتز آن قبلاً در اوائل ۱۹۳۹ به چاپ رسیده بود. به گفته گودل، نوشته اول، صورت دیگری از نوشته اخیر بدون استفاده از فرار یا ضیاع است. در خاتمه باید یادآور شوم که گودل زمانی به من گفت که در سال ۱۹۴۱ اثبات سازگاری کلی اصل موضوع انتخاب را یافته بوده است. وی معتقد بود که این اثبات او حتی در حالت وجود اعداد اصلی بزرگ که راه را بر اثبات اول می‌بندند هم صدق می‌کند. اگر این حرف گودل واقعاً راست باشد، قضیه چاپ نشده او امروز هم از اهمیت بسیار زیادی برای نظریه مجموعه‌ها برخوردار است.