سموئل مغربی*

ریاضیدان اسلامی که اعداد منفی را می‌شناخت

عادل انبوبا

سموئل بن یحیی مغربی در شهر بغداد زاده شد. پدرش، یهودا بن ابون (یاابوالعباس یحیی المغربی)، یهودیی زبردست در علوم دینی و ادبیات عبرانی بود که از فاس (مراکش) کوچ کرده در بغداد مقیم شده بود. مادر او آنا اسحاق لوی نام داشت، و زنـــی درسخوانده و اصلاً از مردم بصره بود. سموئل درمحیطی با فرهنگ بارآمد. دایی او پزشک بـود، و کودك پس از اینکه زبان عبری و تورات را آموخت در سن سیزده سالگی تشویق شد که به‌تحصیل پزشکی و علوم دقیق بپردازد. بعداً نزد ابوالبرکات به‌فراگرفتن پزشکی پرداخت ودراین میان فرصت را مغتنم شمرده کار دایی خود را پیشه کــرد. در همان زمان تحصیل ریاضیات را آغاز نمود، و این کار را با روشهای محاسباتی هندی (حساب هنــد)، زیجات (جدولهــای نجومـــی)، حساب و مساحت (روشهای عملی تعیین اندازه‌ها، برای استفاده در مساحی) آغاز کرد وسپس به‌جبر و هندسه پرداخت.

چون تحقیق علمی در بغداد رو به‌افول نهاده بود، سموئل کسی را نیافت که بیش از مقالهٔ اول اصول اقلیدس به‌او بیاموزد، از این‌رو ناچارشد که پیش خود مطالعه وتحصیل کند. کتاب اصول را تمام کرد، آنگاه به‌جبر ابوکامل، بدیع کرجی و حساب واسطی (به‌احتمال زیاد، میمون‌ابن نجیب واسطی که بین سالهای ۴۶۵–۴۸۵ قمری/۱۰۷۲–۱۰۹۲ میلادی با عمر خیام در کار رصد همکاری داشت) پرداخت. هنگامی کــه پا به هجده سالگی نهاد، همهٔ آثاری را که در تحصیل ریاضیات ضرورت داشت نزد خود آموخته و در تفکر ریاضی صاحب روش خاصی شده‌بود.

در علم، استقلال فکـــری سموئل او را به جایی رساند کــه به نارساییهایی در کتاب کرجی (که ستایشگراو بود) پی برد و به‌معارضه با براهین اقلیدس دراصول برخاست. درمسائل دینی نیزتمایل داشت که اعتبار ادعاهای پیروان ادیان مختلف را بیازماید، و از آن میان اصول عقاید اسلامی را پذیرفت، هرچند تغییر دین خود را چند سال بـه تأخیر افکند تا باعث رنجش پدر خود نشود. در زندگینامهٔ خود می‌نویسد که درهفتم ذیحجهٔ ۵۵۸/هشتم نوامبر۱۱۶۳ به‌دنبال خوابی که در مراغه دید، تصمیم خودرا گرفت. چهارسال بعد نامه‌ای به‌پدر خود نوشت و در آن دلایل اسلام آوردن خود را مطرح کرد. پدرش بیدرنگ راهی حلب شد تا بـــا او ملاقات کند و در راه مرد. سموئل باقی عمرخود را به‌صورت پزشکی دوره‌گرد در مراغه و اطراف آن گذراند. درسفرهای پیشین خود، عراق، سوریه، کوهستان(طبرستان؟) وآذربایجان را سیاحت‌کرده بود.

نویسندگان شرح حال سموئل گفته‌اندکه وی پزشکی موفق بود و برخی از امیران مشتریش بودند. امــا چیزی که سموئل را سزاوار داشتن جایی در تاریخ علم می‌کند جنبهٔ ریاضی اوست. کتاب الباهر او درجبر که به‌دست ما رسیده است و در نوزده سالگی نوشته است، پیشرفت قابل توجهی را نسبت به‌پیشینیان اونشان می‌دهد. وی دراین کتاب قواعد جبریی را که بیشترآنها به‌دست کرجی و برخی توسط ابوکامل و نیز نویسندگان دیگری چون سجزی، ابن‌هیثم، قسطابن‌لوقا و حریری تنظیم شده، گرد آورده است. این کتاب شامل چهار بخش است. در بخش اول به شرح عملیات جبری روی چندجمله‌ایهای یك مجهولی با ضرایب گویا می‌پردازد. بخش دوم عمدتاً به‌معادلات درجهٔ دوم، حل معــادلات سیال و مجموعها اختصاص دارد. بخش سوم بـــه کمیتهای گنگ می‌پردازد وبخش چهارم شامل کاربرد اصول جبری در چند مسأله‌است.

از بخش اول این کتاب، پیداست که سموئل نخستین عالم جبردر میان مسلمانان است که به‌تحقیق دراعداد نسبی (اعداد صحیح مثبت و منفی) پرداخته است. وی به‌صورتی به‌بررسی این اعداد پرداخت که گویی هویتی خاص خود دارند، اما از اهمیت این تصمیم خود آگاه نبود. بدین ترتیب توانست به‌اقدام جسورانه و بیسابقه‌ای دست‌بزند و اعداد را از صفر تفریق کند. خود او چنین می‌نویسد:

اگر یك عدد جمعی(مثبت) را ازتوان[ی با ضریب] صفر کم کنیم ($0 \cdot x^n - a \cdot x^n$)، همان عدد [به صورت] تفریقی (منفی) به دست می آید؛ اگــر عدد تفریقی را از توان[ی با ضریب]صفر کم کنیم،همان‌عدد [به‌صورت] جمعی باقی می‌ماند: ($0 \cdot x^n - [-ax^n] = ax^n$) ... اگر یك عدد جمعی را از یك عدد تفریقی کم کنیم، باقیمانده برابراست بامجموع تفریقی آنها: ($(-ax^n)-(bx^n)=-(a+b)x^n$)، اگــر یك عدد تفریقی را از یك عدد تفریقی بزرگتر کم کنیم، حاصل عبارت است از تفاضل تفریقی آنها. اگر مفروق‌منه کوچکتراز مفروق باشد، حاصل برابراست با تفاضل جمعی آنها.

این قواعد بعدها در آثار اروپاییانی چون شوکه[1] (۱۴۸۴)، پاچولی[2] (۱۴۹۴)، استیفل[3] (۱۵۴۴) و کاردانو[4] (۱۵۴۵) دیده می‌شود. احتمال دارد که آثار سموئل هنگامی که اینان دربارهٔ استخراج جذر چندجمله‌ایها تحقیق می‌کرده‌اند به‌دستشان رسیده باشد.

کرجی به‌الگوریتم استخراج جذر دست یافته بود، اما نتوانسته بود آن را در موردی که ضرایب چندجمله‌ای اعداد منفی باشند به‌کار برد. شاید شکست او باعث شده بود که استعداد سموئل در این زمینه به‌کار بیفتد، زیرا مسأله‌ای که این قواعد در خلال آن بیان شده‌اند عبارت است از استخراج جذر چندجمله‌ای

$$25x^6+9x^4+84x^2+64+100\left(\frac{1}{x^2}\right)+64\left(\frac{1}{x^4}\right)$$
$$-30x^5-40x^3-116x-48\left(\frac{1}{x}\right)-96\left(\frac{1}{x^3}\right)$$

چون درجبر کرجی نمادی وجود نداشت، و بنابراین ناگزیر بودند که اعداد را به صورت حروف بیان کنند، چنین عملی یك مانع غیرقابل عبورمحسوب می‌شد. سموئل توانست از این آزمایش حافظه و تخیل پیروز بیرون آید، بدین طریق که روشی ابداع کرد که در آن چندجمله‌ای را با سلسلهٔ ضرایب آن درجدولی نمایش می‌داد و هرتوان x دراین جدول جای خاصی داشت. این روش که گام مهمی در پیشرفت نمادگرایی در ریاضیات به‌شمارمی‌آمد لازمهٔ پیشرفت جبر بود، زیرا محاسبات ریاضی روز به‌روز پیچیده‌تر می‌شد.

قاعدهٔ سموئل در تفریق، برای تقسیم چند جمله‌ایها نیز اهمیت داشت. وی برای آنکه به تقریب بهتری دست یابد کار تقسیم را تا توانهای منفی x دنبال کرد و بدین ترتیب به‌شیوهٔ بسط به‌سری نزدیك شد (هرچند امکان وحدت بخشیدن به‌حالات مختلف معادلهٔ درجهٔ دوم و نیز امکان حساب خطأین از نظر او دور ماند). مثلاً کسر

$$\frac{20x^2+30x}{6x^2+12}$$

را محاسبه کرد و نتیجهٔ

$$3\frac{1}{3}+5\left(\frac{1}{x}\right)-6\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x^2}\right)-10\left(\frac{1}{x^3}\right)+13\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x^4}\right)$$
$$+20\left(\frac{1}{x^5}\right)-26\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x^6}\right)-40\left(\frac{1}{x^7}\right)$$

را به‌دست آورد. آنگاه دریافت که بین ضرایب رابطهٔ $a_{n+2}=-2a_n$ برقرار است، و بدین ترتیب توانست جمله‌های کسر را تا جملهٔ $(54613\frac{1}{3})(1/x^{28})$ بنویسد.

سموئل سپس قواعد تفریق را درمورد ضرب وتقسیم توانهای x اعمال می‌کند. وی توانهای x را روی یك خط، در دوطرف عدد ۱ که رتبهٔ صفر را به آن نسبت می‌دهد، می‌نویسد. توانها وثابتهای دیگر در دوطرف صفر، به‌ترتیب صعودی و نزولی نوشته می‌شوند:

۴	۳	۲	۱	۰	۱	۲	۳	۴
x^4	x^3	x^2	x^1	۱	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^3}$	$\frac{1}{x^4}$

قواعدی که سموئل برای ضرب و تقسیم بیان کرده‌است، اگر از اختلاف درعلامتگذاری بگذریم، همان قواعدی است که امروزه به‌کارمی‌رود.

بخش دوم الباهر شامل شش معادلهٔ کلاسیکی است که خوارزمی طرح کرده است ($ax=b$، $ax^2+bx=c$، وغیره). نکتهٔ عجیب اینکه سموئل این معادلات را فقط به طریق هندسی حل کرده است و حال آنکه سلف او، کرجی، به‌حل جبری این معادلات وقوف داشت و رسالهٔ مفردی به‌نام علل حساب‌الجبر والمقابلة دراین‌باره تألیف کرده بود. سپس سموئل راه جالب توجهی برای محاسبهٔ ضرایب $(a+b)^n$ ارائه می‌کند که کرجی پس از سال ۴۰۰ قمری بدان دست یافته بود.[1] چون محاسبات اصلی کرجی از بین رفته است، کتاب سموئل از لحاظ حفظ این‌محاسبات جالب‌توجه است. این ضرایب درجدولی مثلث شکل تنظیم یافته است که مدتها بعد در غرب به‌مثلث تارتاگلیا[2] یا مثلث پاسکال معروف شد.

بخش دیگر کتاب، که آن نیز بسیار مهم است، به نظریهٔ اعداد می‌پردازد. این بخش شامل حدود چهل قضیه است. از جمله اینکه در میان nعدد متوالی، عددی وجود داردکه بر n قابل‌قسمت است؛ و نیز

$$1\times 2+3\times 4+\dots+(2n-1)2n=1+3+\dots$$
$$+(2n-1)+1^2+3^2+\dots+(2n-1)^2$$

و همچنین

$$1^2+2^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

سموئل به‌ویژه از بابت اثبات حکم اخیر به‌خود می‌بالد، زیرا نه ابوکامل و نه کرجی هیچیك نتوانسته بودند آن را ثابت کنند.

اما اهمیت اصلی بخش دوم الباهر دراستفادهٔ سموئل از استدلال بازگشتی است که در معادلاتی چون

$$(n-1)\sum_{1}^{n} i=(n+1)\sum_{1}^{n-1} i$$

و

$$(n-1)\sum_{1}^{n} i=(n-1)\sum_{1}^{n-3} i+3(n-1)^3$$

ظاهر می‌شود.

بخش سوم الباهر عمدتاً به طبقه‌بندی اعداد گنگی که درکتاب دهم اصول اقلیدس یافت می‌شود اختصاص دارد. بحث سموئل در این باره مستوفا و روشن‌است اما چیزتازه یا قابل ذکری دربرندارد، جز اینکه وی توانسته است $(\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}):\sqrt{3}$ راگویا کند که کرجی به‌این کار موفق نشده بود.

---

۱. برای تاریخ این نوشته و دیگر نوشته‌های کرجی، ر.ك.
A. Anbouba, ed., *L'algèbra al-Badī' d'al-Karagi*, Beirut (1964) 12.

2. Tartaglia

---

1. Chuquet 2. Pacioli 3. Stifel

4. Cardano

بخش آخر این اثر شامل طبقه‌بندی مسائل برحسب تعداد جوابهای شناخته شدهٔ آنهاست؛ و این روشی است که نویسندگان پیش از او هم به‌کار می‌بردند. روش کار سموئل او را به‌حل گروه متنوعی از این مسائل رهنمون شد و نیز باعث شد که وی یک دستگاه ۲۱۰ معادلهٔ ده‌مجهولی را استادانه حل کند. این معادله از آنجا به دست آمده است که وی می‌خواست ده عدد را که مجموع شش به‌شش آنها معلوم است به‌دست آورد. آنگاه وی ۵۰۴ شرطی را که برای سازگار بودن این دستگاه لازم است تعیین کرد. او نقص نداشتن نماد برای نمایش مجهولها را بدین طریق رفع کرد که کمیتهای مجهول را با ۱، ۲، ۳، ...، ۱۰ نشان داد و سپس توانست جدولی رسم کند که از

۱۲۳۴۵۶ ... ۶۵

۱۲۳۴۵۷ ... ۷۰

۱۲۳۴۵۸ ... ۷۵

۱۲۳۴۵۹ ... ۸۰

آغاز می‌شد.

سموئل می‌خواست با تألیف الباهر نقایصی را که در کتاب کرجی می‌دید رفع کند و جبر را تابع همان نوع نظمی کند که اصول اقلیدس هندسه را از آن برخوردار ساخته بود. او این کتاب را در جوانی نوشت و سالها آن را منتشر نکرد، احتمال بسیار دارد که در این میان آن را چند بار از نو نوشته باشد. تعیین اهمیت این کتاب در تکامل جبر در جهان اسلام کار مشکلی است، اما تأثیر غیرمستقیم و محدود آن را در مفتاح‌الحساب کاشانی که در ۸۳۰ قمری تألیف شده می‌توان دید. ظاهراً در غرب اصلاً از کتاب سموئل اطلاعی نداشته‌اند.

همتای ریاضی الباهر که الزاهر نام داشته، از بین رفته است و از همهٔ آثار ریاضی سموئل تنها دو رسالهٔ مقدماتی التبصرة و الموجز بازمانده که تقریباً شبیه هم‌اند. تأثیر زبان عربی در این دو کتاب در طبقه‌بندی کسرها به‌اصم و عرب و ملکی دیده می‌شود، و در هردو کتاب فصولی دربارهٔ نسبتها هست که پیداست از کتاب کرجی گرفته شده است. مثلاً نسبت ۱۰×۹×۷×۳ : ۸۵ به‌صورت مجموع سه کسر که صورت همهٔ آنها ۱ و مخرج آنها به ترتیب ۱۰×۳ و ۹×۷×۳ و ۱۰×۹×۳ است بیان شده است. این استفاده از دستگاه شصتگانی اهمیت توجه مداوم محافل تجاری و اداری بغداد را منعکس می کند، زیرا هنوز بازرگانان و دیوانیان این دستگاه را ترجیح می‌دادند. سموئل در بخشی که دربارهٔ تقسیم می کند، به‌متناوب‌بودن نسبت ۱۱ : ۵ که آن نیز در دستگاه شصتگانی محاسبه شده، اشاره می کند. بخش اخیر الموجز به صورت ناقص موجود است، اما از آنچه باقی مانده می‌توان دریافت که مطالب مهمی را دربارهٔ جبر نکه شامل بوده است.

در کتاب دیگری که با آثار ریاضی او مربوط است، سموئل بار دیگر استقلال فکر خود را آشکار می کند. در این کتاب که کشف عوارالمنجمین (پرده برداشتن از خطاهای احکامیان) نام دارد، وی ادعاهای احکام نجوم علمی را با تذکر خطاهای بسیاری که در تعبیر ایشان از داده‌های نجومی هست و نیز خطاهای اندازه‌گیری که در رصدهای احکام نجومیان دیده است، رد می کند. آنگاه، درمقام بحث فرض می کند که احکام نجوم معتبر باشد، و سپس ثابت می کند که عالم احکامی نمی‌تواند چندان امیدی به‌معتبر بودن پیشگوییش داشته باشد زیرا بنا بر محاسبهٔ سموئل باید در آن واحد ۶۸۹۷ عامل فلکی را در نظر بگیرد وطبعاً محاسبهٔ این همه از توانایی او بیرون است.

سموئل مغربی در شهر مراغه درحدود سال ۱۱۸۶/۵۸۲ وفات یافت.

ترجمهٔ حسین معصومی همدانی

● اصل این مقاله در کتاب *Dictionary of Scientific Biography* به ویراستاری Charls Coulston Gillipsie آمده است و ترجمهٔ آن قرار است در بخش دوم *زندگینامهٔ علمی دانشمندان اسلامی* به چاپ برسد. برای انطباق با مقتضیات مجله، قسمت کوتاهی از متن و نیز کتابنامه، از ترجمه حذف شده است.