

طراحی نظام مفاهیم و مهارت‌ها و نگرش‌های ریاضی به عنوان قالبی برای جستجوی محتوا بر پایه تکنولوژی نوین

آرش رستگار

خلاصه. سبک‌های مختلف مفهوم‌محور، مهارت‌محور و نگرش‌محور برای تنظیم و مرتب کردن محتوای آموزش را می‌توان با هم ترکیب کرد و آن را به شکل ایده‌ای نوین برای برچسب‌گذاری محتوای ریاضی تبدیل کرد تا از جریان‌های مفهومی، مهارتی و نگرشی در جهت جستجوی محتوا با کمک تکنولوژی نوین بهره گرفت.

مقدمه. برای تنظیم و مرتب کردن محتوا در یک نظام آموزشی از جریان‌های مفهومی، مهارتی و نگرشی استفاده می‌شود که نمونه‌ای از آن در جداول پیوست آمده است. هدف ما طراحی یک سیستم هوشمند است که محتوای آموزشی را به کمک یادگیری ماشین در برابر یادگیرنده کاربر قرار دهد و با این کار یک نظام آموزشی مختص به نیازهای یادگیری کاربر به‌دست بدهد. برای طراحی چنین سیستم هوشمندی نیازمند یک روش برچسب‌گذاری هدفمند و پیشرفته محتوا هستیم. در این مقاله بر آنیم که با کمک جداول مفهومی، مهارتی و نگرشی شیوه‌ای نوین برای برچسب‌گذاری محتوای ریاضی به‌دست دهیم تا محتوای ریاضی بتواند به زبان یادگیری ماشین مورد جستجو قرار بگیرد. این سیستم برچسب‌گذاری نیازمند دخالت اولیه برنامه‌ریزان آموزشی هوشمند است. اما از جایی به بعد چنان تعلیم داده می‌شود که بتواند برای محتوای جدید خودش برچسب‌گذاری نماید و این برچسب‌گذاری‌ها را برای جستجوی محتوای جدید به کار برد. این شیوه تحولی نو در کاربرد یادگیری ماشین در آموزش ریاضیات خواهد بود که امید است در آینده به کاربرد یادگیری ماشین در آموزش علوم و فنون به‌صورت کلی توسعه یابد.

۱- جریان‌های مفهومی در محتوا

نظریه جریان‌های مفهومی از تئوری نقشه مفاهیم شروع می‌شود. نقشه مفهومی نموداری از مفاهیم مربوط با یک موضوع است که در آن ارتباطات مفهومی با فلش‌هایی نمایش داده شده است. در مقاله‌ای که در راهنمای برنامه ریاضیات مدرسه ایران آمده است نظریه اطلس مفاهیم معرفی شده است. در این نظریه نقشه بزرگ مفاهیم یک موضوع با چندین نقشه کوچک که مرتب شده‌اند جایگزین می‌شود. این اطلس ترتیب مطرح شدن موضوعات در کلاس درس را در خود پنهان کرده است. در این ترتیب پیش‌نیازهای مفهومی رعایت شده است. خلاصه اطلس مفاهیم جدولی است که به آن جریان مفهومی محتوا گفته می‌شود. اطلاعاتی که این جدول آن را شامل می‌شود سیر مفاهیم مطرح شده در کلاس درس است که در آن پیش‌نیازهای مفهومی رعایت شده‌اند، به‌طوری‌که اگر مفاهیم با این سیر به دانش‌آموزان معرفی شوند، دانش‌آموزان مشکلی برای یادگیری نداشته باشند. به‌علاوه در این جدول مشخص شده است که چه مفهومی در کدام پایه تحصیلی مطرح می‌شود. این یک شیوه آدرس‌گذاری برای محتوا به‌دست می‌دهد که به ما می‌گوید یک محتوا مربوط به کدام پایه تحصیلی و دقیقاً در چه مرحله‌ای از آموزش است. به‌علاوه ارتباطات مفهومی در اطلس مفاهیم که نقشه به نقشه کامل‌تر می‌شود به ما می‌گوید که چه محتوایی می‌تواند برای برقرار کردن ارتباطات مفهومی به کار بروند. بنابراین نکته‌ای که در برچسب‌گذاری باید رعایت شود هم برچسب‌گذاری بر اساس مفاهیم و هم برچسب‌گذاری بر اساس ارتباط مفاهیم است. درباره نکاتی که باید برای برچسب‌گذاری مفاهیم رعایت کنیم در بخش دیگری با جزئیات سخن خواهیم گفت. اما نکته مهم این است که برای توسعه این پروژه به ریاضیات عالی و سایر علوم و فنون جدول مفاهیم آن را نیز مطابق با

آنچه در پیوست آمده است آماده کنیم و پیش‌نیاز این کار تهیه نقشه مفاهیم و سپس اطلس مفاهیم برای شاخه‌های این علوم است.

۲- جریان‌های مهارتی در محتوا

نگاه دیگر به تنظیم و مرتب کردن محتوا کمک گرفتن از زبان مهارت‌هاست. مهارت‌های ریاضی نیز مانند مفاهیم ریاضی، دارای نظام پیش‌نیازهایی هستند که آن‌ها را پیش‌مهارت می‌نامیم.

همان‌طور که مفاهیم با ارتباطات مفهومی به هم مربوطند، هر مهارتی نیز مجموعه‌ای از پیش‌مهارت‌ها را در خود دارد که بعضی از این پیش‌مهارت‌ها نیز با هم رابطه پیش‌نیازی دارند. یکی از مهارت‌های لازم برای انجام دادن ریاضی مهارت محاسبه است. مهارت‌های محاسباتی همچون زنجیری از پیش‌نیازها هستند که از ساده تا مشکل ردیف شده‌اند. یک محتوا ممکن است نیاز به پیش‌نیازهای مهارتی باشد و هم ممکن است برای تدریس یک مهارت جدید باشد. این نشان می‌دهد که در برچسب‌گذاری مفاهیم و مهارت‌ها هر دو باید در نظر گرفت که آیا تدریس مفهوم یا مهارت جدید موردنظر است یا خیر. به ابعادی که باید در برچسب‌گذاری مهارت‌ها رعایت شود در بخش دیگری خواهیم پرداخت. در این‌جا جدولی از جریان‌های مهارتی که شامل نظام پیش‌مهارتی آن‌هاست برای ریاضیات در سطح دبیرستان آماده شده است که در پیوست آمده است. برای توسعه این پروژه به ریاضیات عالی و سایر علوم و فنون نیاز هست که جدول مهارت‌های آن‌ها آماده شود. این کار نیاز به همکاری گروهی از محققان در هر شاخه علمی دارد. به‌همین منظور در برنامه ما طراحی سیستمی برخط برای ارتباط بین متخصصان و کامل ساختن جمعی اطلس مفاهیم و نقشه مفاهیم و همین‌طور جریان‌های مفهومی و مهارتی شاخه‌های ریاضیات عالی و شاخه‌های مختلف علوم و فنون است. این کار پیش‌نیاز بارگذاری و برچسب‌گذاری محتوای ریاضی عالی و شاخه‌های مختلف علوم و فنون و سپس کاربرد یادگیری ماشین در ارائه محتوا به کاربران می‌باشد.

۳- جریان‌های نگرشی در محتوا

لازم است که ابتدا توضیح بدهیم منظور از یک نگرش در این‌جا چیست. در این‌جا نگرش یعنی پاسخی به سؤال «ریاضیات چیست». اما نکته این‌که درک دانش‌آموز از این‌که ریاضیات چیست و به چه درد می‌خورد و چرا مهم است، طبقه به طبقه بالا می‌رود و پایه به پایه کامل‌تر می‌شود. لزوماً هر محتوایی نگاه و نگرش جدیدی در مورد ریاضیات به‌وجود نمی‌آورد. اما می‌توان گفت هر محتوایی با یک‌سری نگرش‌ها نسبت به ریاضیات ارتباط دارد. در پیوست جدولی از نگرش‌ها و جریان‌های نگرشی در سطح ریاضیات مدرسه ای آماده شده است. تهیه چنین جدولی در سطح ریاضیات عالی و در سطح پیشرفته علوم و فنون کار هر کسی نیست و نیاز به همکاری فیلسوفان ریاضیات و فیلسوفان علم و فیلسوفان فن‌آوری دارد. کسانی که بتوانند به تهیه چنین جدولی کمک کنند عده معدودی هستند و برای همکاری این افراد نیاز به تکنولوژی اطلاعات و طراحی سیستمی مناسب است. اما در سطح ریاضیات مدرسه جدول‌هایی در پیوست آمده‌اند که از «پروژه ریاضیات ۲۰۶۰» گرفته شده است. این جداول مفاهیم، مهارت‌ها و نگرش‌ها از «برنامه درسی ریاضیات مدرسه» که در دفتر تالیف و برنامه‌ریزی کتب درسی در سال ۱۳۸۰ تهیه شده است برگرفته شده که نتیجه کار چندین متخصص ریاضی و متخصص آموزش ریاضی و کارشناسان دفتر تالیف و معلمان کارکننده است. حال نوبت می‌رسد به این‌که بپردازیم به روش‌های برچسب‌گذاری اولیه و برچسب‌گذاری برخط محتوای ریاضی که توسط کاربران انجام می‌شود. چون برچسب‌گذاری توسط طراحان سایت انجام نمی‌شود لازم به طراحی قوانینی هست تا برچسب‌گذاری کاربران با هم هماهنگ شود و صحت‌سنجی شود تا باعث خطای سیستم نشوند.

برچسب‌گذاری مفهومی - ۴

تمامی مفاهیم زیر سایه ۱۰ جریان مفهومی کلی قرار می‌گیرند. انتخاب این جریان‌های مفهومی یکتا نیست و ممکن است یک محتوا به چند جریان مفهومی مربوط شود. ذیل هر جریان مفهومی چند مفهوم کلی قرار گرفته است و زیر مفاهیم کلی، تک‌تک مفاهیم قرار می‌گیرند و ارتباطات بین مفاهیم کلی و ارتباطات بین مفاهیم جزئی نیز باید در برچسب‌گذاری معلوم شود. این‌که یک محتوا چه ارتباطاتی را برقرار می‌کند و این‌که یک محتوا برای معرفی یک مفهوم کلی یا یک مفهوم جزئی مناسب است باید در برچسب‌گذاری رعایت شود. به علاوه کاربران باید امکان این را داشته باشند که در نسبت دادن برچسب‌ها به محتوا و برقراری ارتباطات مفهومی جدید دخالت کنند. با این کار کاربران ورزیدگی این را پیدا می‌کنند که محتوای جدید را بر طبق شناختی که از برچسب‌گذاری محتوای قدیمی دارند برچسب‌گذاری نمایند. مرحله بعد هوشمندسازی برچسب‌گذاری این است که با یادگیری ماشین بتوان برچسب‌هایی را به کاربر پیشنهاد کرد تا از میان آن‌ها انتخاب کند. این نکته کمک خواهد کرد که کاربران بنابر سطح تحصیلاتشان رده‌بندی شوند و برچسب‌گذاری‌های آن‌ها با کمک سطح تحصیلاتشان وزن‌دار شود و برچسب‌گذاری‌های معلمان بیشتر مورد اعتماد ماشین قرار گیرد. ایده‌آل نهایی این است که یادگیری ماشین به حدی هوشمند شود که خود بتواند بدون کمک کاربران محتوا را برچسب‌گذاری نماید که این سطح از هوش مصنوعی هنوز در دسترس ما قرار ندارد. لازم است که برچسب‌ها با توجه به معنی آن‌ها رده‌بندی شوند و فقط به عنوان یک سری کلمات که از بین آن‌ها جستجو می‌شود در نظر گرفته نشوند. بنابراین برچسب‌های مفهومی باید در طبقه متفاوتی از برچسب‌های مهارتی و برچسب‌های نگرشی قرار بگیرند. برچسب‌های مهارتی ساده‌تر از برچسب‌های مفهومی قابل رده‌بندی هستند که به آن خواهیم پرداخت.

۵- برچسب‌گذاری مهارتی

تمامی مهارت‌ها زیر سایه ۱۰ جریان مهارتی کلی قرار می‌گیرند. انتخاب این جریان‌های مهارتی یکتا نیست و ممکن است یک محتوا به چند جریان مهارتی مربوط شود. ذیل هر جریان مهارتی چند مهارت کلی قرار گرفته است و زیر مهارت‌های کلی، تک‌تک مهارت‌های جزئی قرار می‌گیرند.

بین مهارت‌ها به جز رابطه پیش‌مهارت بودن رابطه دیگری برقرار نیست و این برچسب‌گذاری مهارتی را ساده‌تر از برچسب‌گذاری مفهومی می‌کند. برچسب‌گذاری مهارت‌ها نیز مانند مفاهیم می‌تواند از جایی به بعد توسط کاربران انجام شود. در مرحله‌ای می‌توان با کمک یادگیری ماشین لیستی از مهارت‌ها را در برابر کاربر قرار داد تا برچسب‌های لازم را بتواند از آن لیست انتخاب کند. یک نکته مهم دیگر این است که برچسب‌گذاری مفهومی و مهارتی و نگرشی توسط کاربران بسیار در جهت آموزش ریاضیات به کاربران نقش ایفا می‌کند. با این کار، کاربر در برابر یک نظام آموزشی شیشه‌ای قرار می‌گیرد و نقش برنامه‌ریز درسی را به‌طور شفاف مشاهده می‌کند. می‌تواند یادگیری خود را به زبان مفاهیم و به زبان مهارت‌ها ترجمه کند. بلکه می‌تواند یادگیری خود را با کمک نظام مفهومی، مهارتی و نگرشی ارزشیابی می‌کند و این ارزشیابی از ارزشیابی توسط معلم در کلاس درس بسیار کارآمدتر است. یک کاربرد دیگر برچسب‌گذاری مفهومی و مهارتی این است که با کمک یادگیری ماشین می‌توان یک امتحان برای کلاس درس طراحی کرد. به‌خصوص اگر معلم داده‌های تمرینات دانش‌آموزان را داشته باشد و یادگیری ماشین این داده‌ها را به‌کار ببندد. طراحی سؤالات امتحان بسیار دقیق‌تر و صحیح‌تر می‌تواند انجام شود. آشنا شدن با برچسب‌های نگرشی به کاربر کمک می‌کند نسبت به نگرشی که نسبت به ریاضیات دارد خودآگاه باشد که به آن خواهیم پرداخت.

۶- برچسب‌گذاری نگرشی

برچسب‌گذاری نگرشی هم بر اساس ۱۰ نگرش کلی به ریاضیات طراحی شده است که در جدول پیوست می‌شود. انتخاب جریان‌های نگرشی نیز مانند جریان‌های مفهومی و مهارتی یکتا نیست و نگرش‌های کلی و جزئی در جریان‌های نگرشی دهگانه مطرح می‌شوند. یک انعطاف مهم که از برچسب‌گذاری مفهومی، مهارتی و نگرشی به‌دست می‌آید این است که کاربر یا معلم که سیستم را برای کاربران تنظیم می‌کند ممکن است بخواهد از زیرمجموعه‌ای از برچسب‌ها برای آموزش استفاده کند. مثلاً اگر بخواهد تنها از برچسب‌های نگرشی یا اگر بخواهد از هر دوی برچسب‌های مفهومی و مهارتی استفاده می‌کند و این دست معلم را باز می‌گذارد تا در سیستم برخورد با محتوا توسط دانش‌آموزان انتخاب داشته باشد. یک کاربرد مهم این انعطاف این است که با محدود کردن برچسب‌ها به برچسب‌های نگرشی می‌توان محتوایی به‌دست آورد که برای یک کلاس درس با دانش‌آموزانی در چندین سطح مختلف و در سنین مختلف متناسب باشد. طراحی چنین محتوایی توسط یک معلم کار ساده‌ای نیست. اما این‌جا تکنولوژی می‌تواند به‌کار بیاید و معلم را با محتوایی که چنین انعطافی داشته باشد آشنا نماید. این طرح درس‌ها می‌تواند توسط معلم ذخیره شود و به یک منبع آموزشی پرکاربرد برای معلمان تبدیل شود. این طرح درس‌ها را نیز می‌توان با کمک برچسب‌های مفهومی، مهارتی و نگرشی برچسب‌گذاری کرد، تا دسترسی به آن‌ها توسط سایر معلمان آسان‌تر باشد. بنابراین برچسب‌هایی نیز لازم است که تعیین کند محتوا فیلم است یا طرح درس است یا مسئله است یا نرم افزار است یا انیمیشن است و مانند آن.

۷- کاربرد این برچسب‌گذاری‌ها در یادگیری ماشین

یادگیری ماشین روشی است که برای مدیریت سیستم بدون کمک نیروی انسانی طراحی شده است و شاخه‌ای از هوش مصنوعی. دکتر یحیی تابش که یکی از پیش‌کسوتان آموزش ریاضیات در ایران است و جایزه بین‌المللی اردوش را نیز دریافت کرده است مبتکر این روش بوده است که از یادگیری ماشین برای یادگیری هوشمند استفاده کنیم. بدین‌وسیله که کاربر با توجه به مسائلی که موفق به حل آن شده و مسائلی که موفق به حل آن نشده است توسط ماشین شناسایی شود و با کاربران مشابه مقایسه گردد و به این وسیله محتوای مناسب این کاربر را در اختیار او قرار دهد. با این کار می‌توان به‌جای این‌که یک نظام آموزشی برای تمام دانش‌آموزان کشور طراحی کرد یک نظام آموزشی مختص دانش‌آموز کاربر به‌دست آورد که نیازهای آموزشی او و سبک شناختی او را نیز در نظر می‌گیرد و سرعت یادگیری او را نیز در نظر بگیرد و عادات یادگیری و شرایط خاص شناختی او را نیز در نظر قرار دهد. این اطلاعات را می‌توان در یادگیری همین کاربر در رشته‌های علوم و فن‌آوری نیز به کار برد. بنابراین یادگیری ماشین می‌تواند یک نظام آموزشی هماهنگ در همه رشته‌های آموزشی به کاربر تحویل بدهد. این انقلابی در آموزش خواهد بود که این آزادی را به کاربر می‌دهد که در مسیر آموزشی که توسط او طی می‌شود خلاقانه دخالت کند و یادگیری خود را، با کمک و همراهی یادگیری ماشین، مدیریت نماید. دانش‌آموز با این روش می‌تواند در هر موضوعی که علاقه به‌خصوص داشته باشد هرچقدر که سیستم هوشمند، او را حمایت می‌کند پیشرفت کند.

فصل نهم

اهداف آموزش ریاضی در دوره متوسطه

اهداف تکرشی

۳- در حل مشکلات و مسائل زندگی روزمره می توان از ریاضیات استفاده کرد.	۲- ریاضیات ابزار مؤثری در نشر فرهنگ جست و جوگری علمی و ایجاد روحیه تحقیق است.	۱- ریاضیات در پرورش توانایی های ذهنی نقش مؤثری دارد.
- ریاضیات به قانونمند شدن زندگی روزمره کمک می کند. - انسان ها در زندگی روزمره از الگوهای ریاضی مشتری گیری می کنند. - بدون دانش ریاضی زندگی روزمره مختل می شود. - طرح مسائل نو در دست یابی به ناشناخته ها کمک می کند. - فشارت کردن در مسائل زندگی روزمره باید مبتنی بر بررسی علمی باشد. - برای حل مسائل زندگی روزمره ناچار به توسعه ریاضیات هستیم. - تغییرات شرایط زندگی موجب پیدایش مشکلات و مسائل جدید می شود و ریاضیات می تواند به حل این مسائل جدید کمک می کند. - پرورش مهارت های تفکر کمک به حل مسائل زندگی روزمره می کند. - مدل سازی ریاضی یک روش اساسی برای حل مسائل زندگی روزمره است.	- آموزش ریاضیات موجب تقویت روحیه نقد و بررسی و روحیه انتقاد پذیری می شود. - در جست و جوگری علمی دانشمندی خود را بررسی و بین دانسته های خود و مسئله ارتباط برقرار می کنیم. - توصیف چیزها با دقت ممکن این امکان را به وجود می آورد که پژوهشگران مشاهده شان را با هم مقایسه کنند. - یک پژوهشگر در مورد محیط اطراف خود کنجکاوی می کند و سؤالات و مسائل جدیدی طرح می کند. - شنیدن و تحمل آراء مخالف به پژوهشگر کمک می کند، علمی تر تحقیق کند. - یک محقق در مراجعه به یک مسئله از اطلاعات سایرین و سایر اطلاعات در دسترس برای رسیدن به حقیقت استفاده می کند.	- ریاضیات توانمندسازی فرد را در مهارت های برقراری ارتباط پرورش می دهد. - استراتژی های تفکر در زندگی روزمره کاربرد دارند. - ریاضی از عوامل مؤثر در پرورش و رشد توسعه تفکر انتقادی است. - ریاضیات می تواند تفکر استنباطی و منطقی را توسعه دهد. - ریاضیات روند تفکر را منظم می نماید. - ریاضیات می تواند تفکر خلاق را پرورش دهد. - ریاضیات قوه تخیل را تقویت می نماید. - آموزش ریاضی ذهن را برای تفکر معجزه آماده می سازد. - تفکر نمادین با آموزش ریاضی توسعه می یابد.

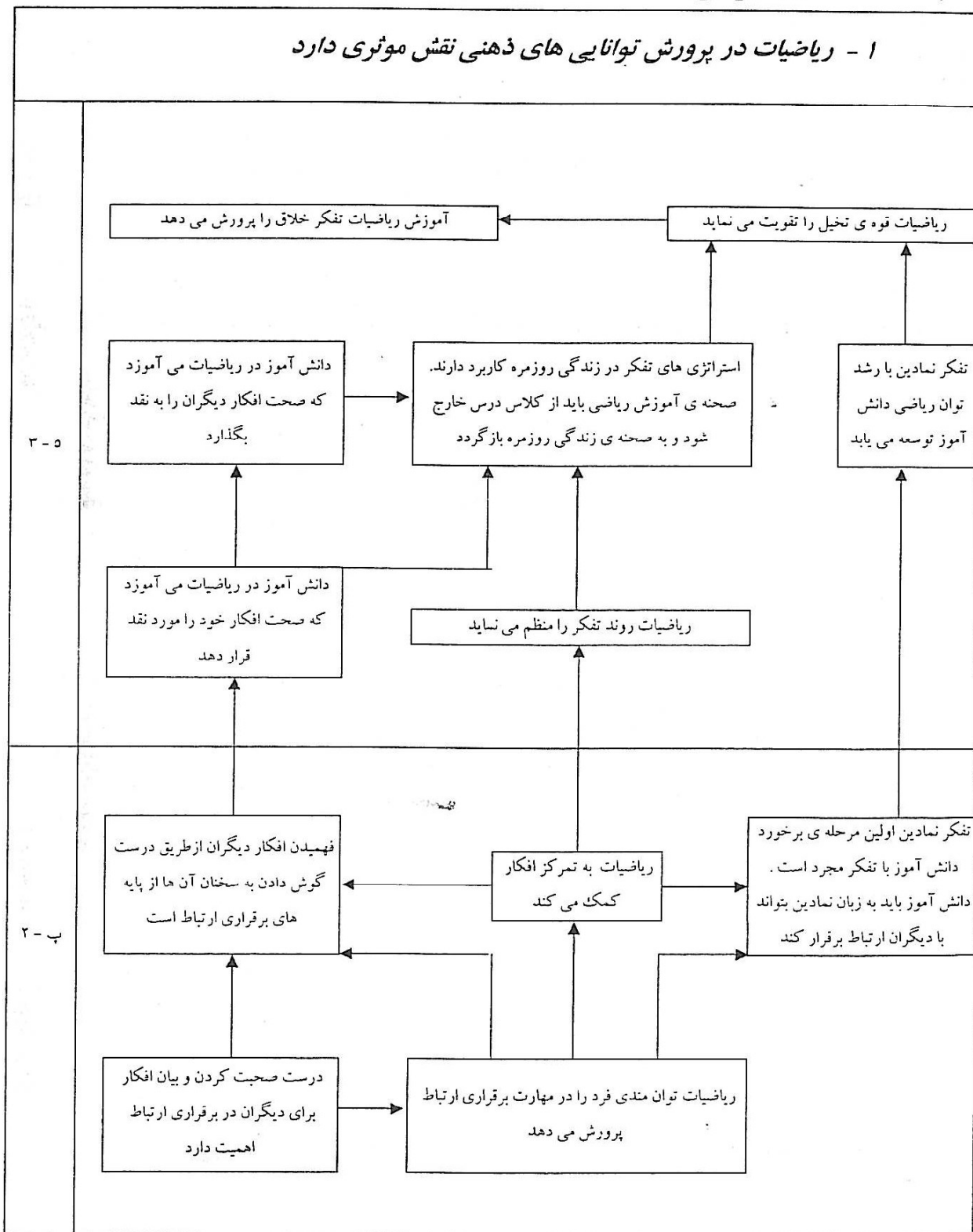
۶- ابزارها و تکنولوژی با دانش و آموزش ریاضی تعامل دارند. - تکنولوژی در برابر فراهم کردن امکاناتی که به ما می دهد محدودیت هایی نیز دارد. - مدل های ریاضی بر ساختار تکنولوژی تأثیر می گذارند. - ساختن ابزارهای تکنولوژی و توسعه ایده های ریاضی بر هم تأثیر متقابل دارند. - تکنولوژی بدون انسان پیشرفت نمی کند. - استفاده از تکنولوژی در آموزش بر تفکر آموزشی و چگونگی یادگیری آن مؤثر است.	۵- در یادگیری و توسعه ریاضیات تجربه گرایی نقش مهمی ایفا می کند. - فرضیه سازی عمدتاً باید بر تجربه استوار شده باشد. - ایده های ریاضی بر فرآیند کسب تجربه ی ما تأثیر می گذارند و برعکس. - تجربه به درونی شدن آموخته ها کمک می کند. - برای یقین تجربه کافی نیست. - تجربه های تکرارپذیر نقش مهمی در توسعه ریاضیات دارند. - وقتی تحلیل دو پژوهشگر از یک پدیده متفاوت است، باید تجربه نشان بدهد که کدام نظر معتبرتر است.	۴- بین طبیعت و دانش ریاضی تعامل وجود دارد. - بسیاری از ایده های ریاضی از طبیعت گرفته شده اند. - نیاز به اعداد از نیازهای طبیعی بشر است. - ریاضیات کمک می کند طبیعت اطراف خود را بشناسیم و برای شناخت بهتر طبیعت ناچار به توسعه ریاضیات هستیم. - با استفاده از ریاضیات می توان در جهت کنترل طبیعت قدم برداشت. - طبیعت همیشه ساده ترین راه را انتخاب می کند.
--	---	--

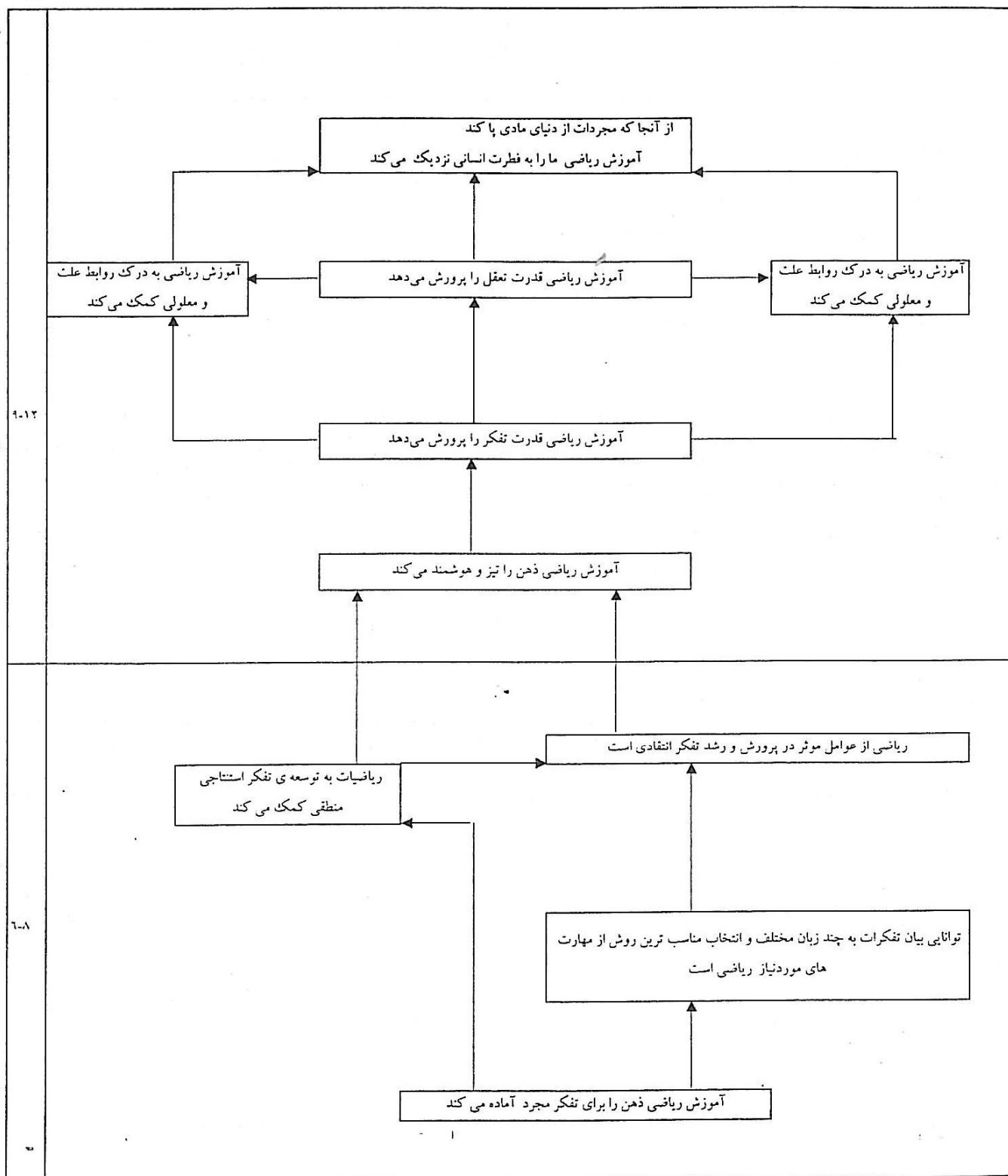
۸- از مدل سازی ریاضی برای حل مسائل زندگی روزمره استفاده می کنیم.	۷- در شناخت، طراحی و ارزیابی سیستم ها می توان از ریاضیات کمک گرفت.
- مدل هایی که برای حل یک مسئله ساخته می شود برای مسائل مشابه قابل کاربرد است. - مدل سازی ریاضی یک روش اساسی برای حل کردن مسائل زندگی روزمره است. - در مدل سازی ممکن است بعضی از محدودیت ها باعث شود بعضی ویژگی ها در حل مسئله نادیده گرفته شود. - مدل های ریاضی ساخته شده می توانند باعث پیش ایدیه های جدید یا توسعه و تعمیم ایدیه های قبل شوند. - در مدل سازی یک پدیده طبیعی از ساده ترین مدل ها که بتواند پدیده ها را توصیف کند، استفاده می کنیم.	- ریاضیات پدیده های طبیعی و اجتماعی را به عنوان یک سیستم بررسی می کند. - معمولاً با تقسیم یک سیستم به چند سیستم کوچک تر و بررسی ارتباط آن ها می توان آسان تر آن سیستم را بررسی کرد. - یک سیستم را می توان با یک سیستم ساده تر شبیه سازی کرد و آن را به طور تقریبی بررسی کرد. - با اثر گذاری روی سیستم و بررسی عکس العمل آن می توان سیستم را بهتر شناخت. - گاهی یک سیستم را می توان تحلیل کرد، به گونه ای که همان وظایف را ساده تر انجام دهد. - از مدل سازی ریاضی در شناخت سیستم ها استفاده می کنیم.

۱۰- ریاضیات، شبکهای به هم مرتبط از ایده‌ها، مفاهیم و مهارت‌ها است.	۹- همکاری و مشارکت باعث کارآیی بیش‌تر، تفکر کامل‌تر و یادگیری بهتر می‌شود.
- یکی مسئله را می‌توان با ایده‌های متفاوت حل کرد. - شناسایی شبکه ارتباط مفاهیم و مهارت‌ها موجب عمیق‌تر شدن یادگیری می‌شود. - شبکه ارتباطی به کشف و رسیدن به حقایق که قبلاً نمی‌دانستیم و یا توجه نداشتیم، کمک می‌کند. - شبکه ریاضیات مانند درختی است که هم از ریشه رشد می‌کند و به عمق می‌رود و هم از شاخه و برگ.	- در هنگام حل مسئله بحث جمعی به سهولت و صحت حل کمک می‌کند. - مقابله‌ی نظرات مختلف توسط جمع در موضوعات درسی و پژوهشی و پاسخ به درک بهتر و یادگیری مؤثرتر کمک می‌کند. - عضویت در یک گروه مطالعه در یادگیری کمک می‌کند. - کار گروهی می‌تواند باعث افزایش مجموع توانایی‌های فردی اعضا، گروه شود. - رعایت اخلاق و آداب بحث گروهی در نتیجه‌گیری بهتر مؤثر است.

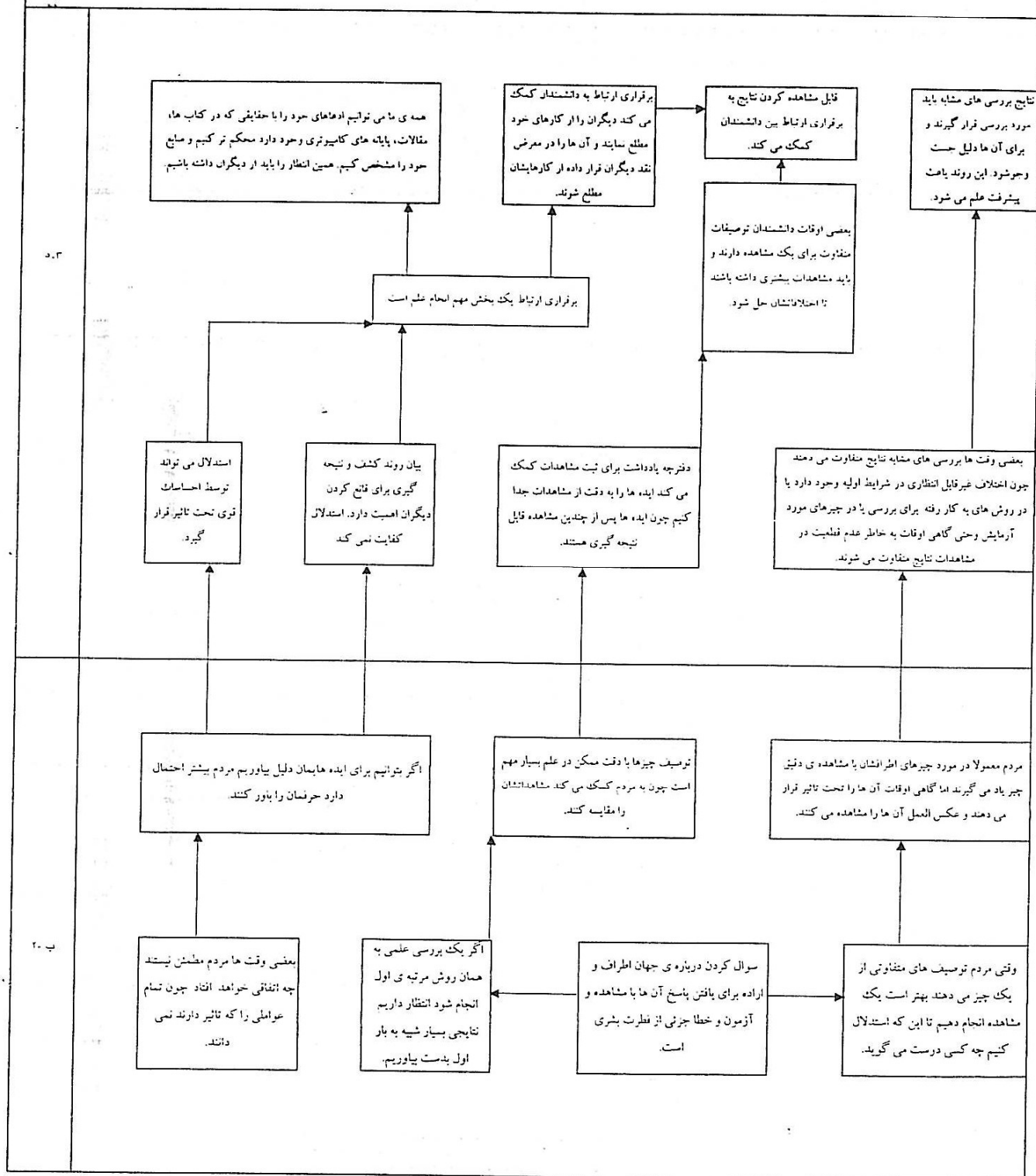
شبکه هدف‌های نگرشی

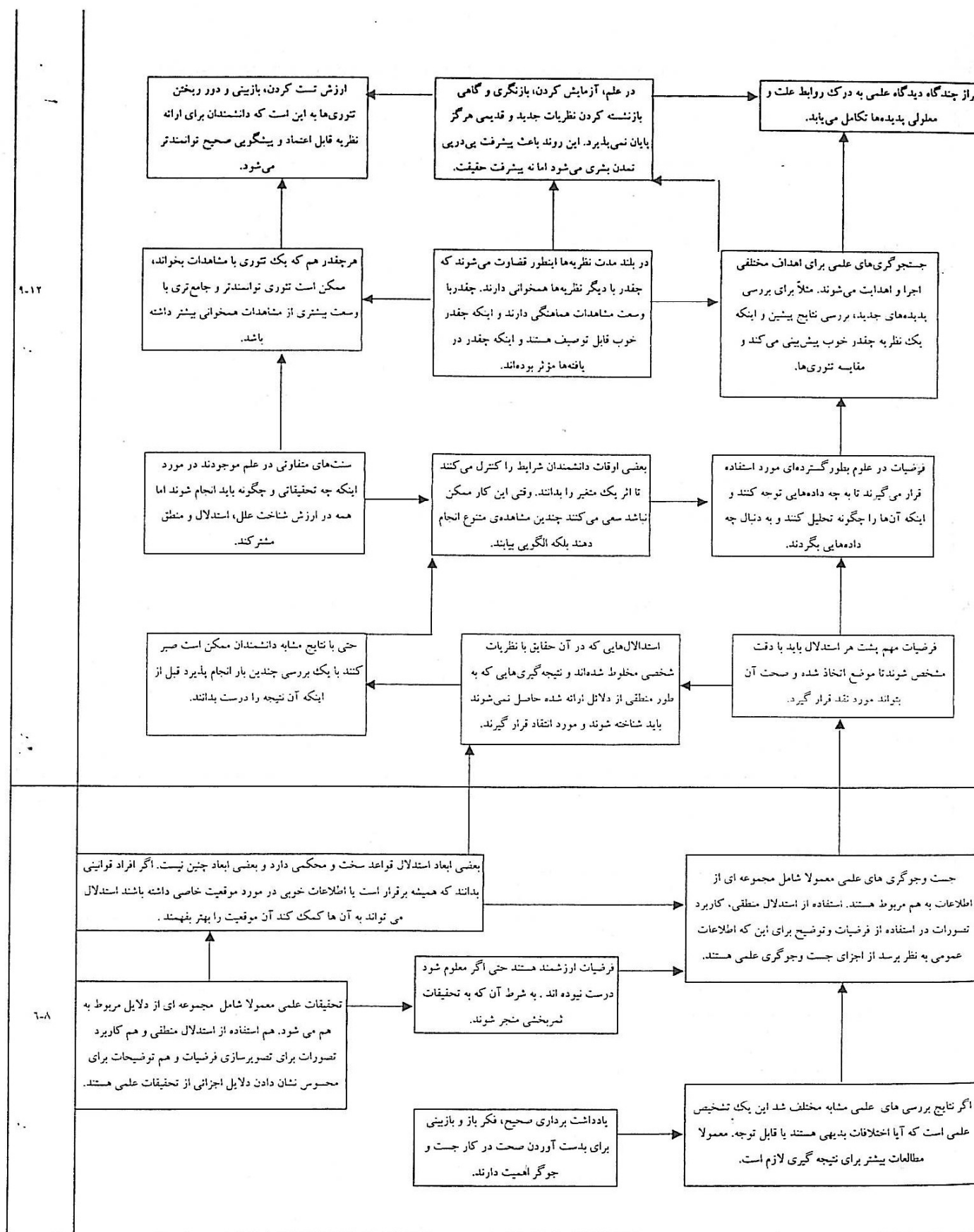
۱ - ریاضیات در پرورش توانایی‌های ذهنی نقش موثری دارد



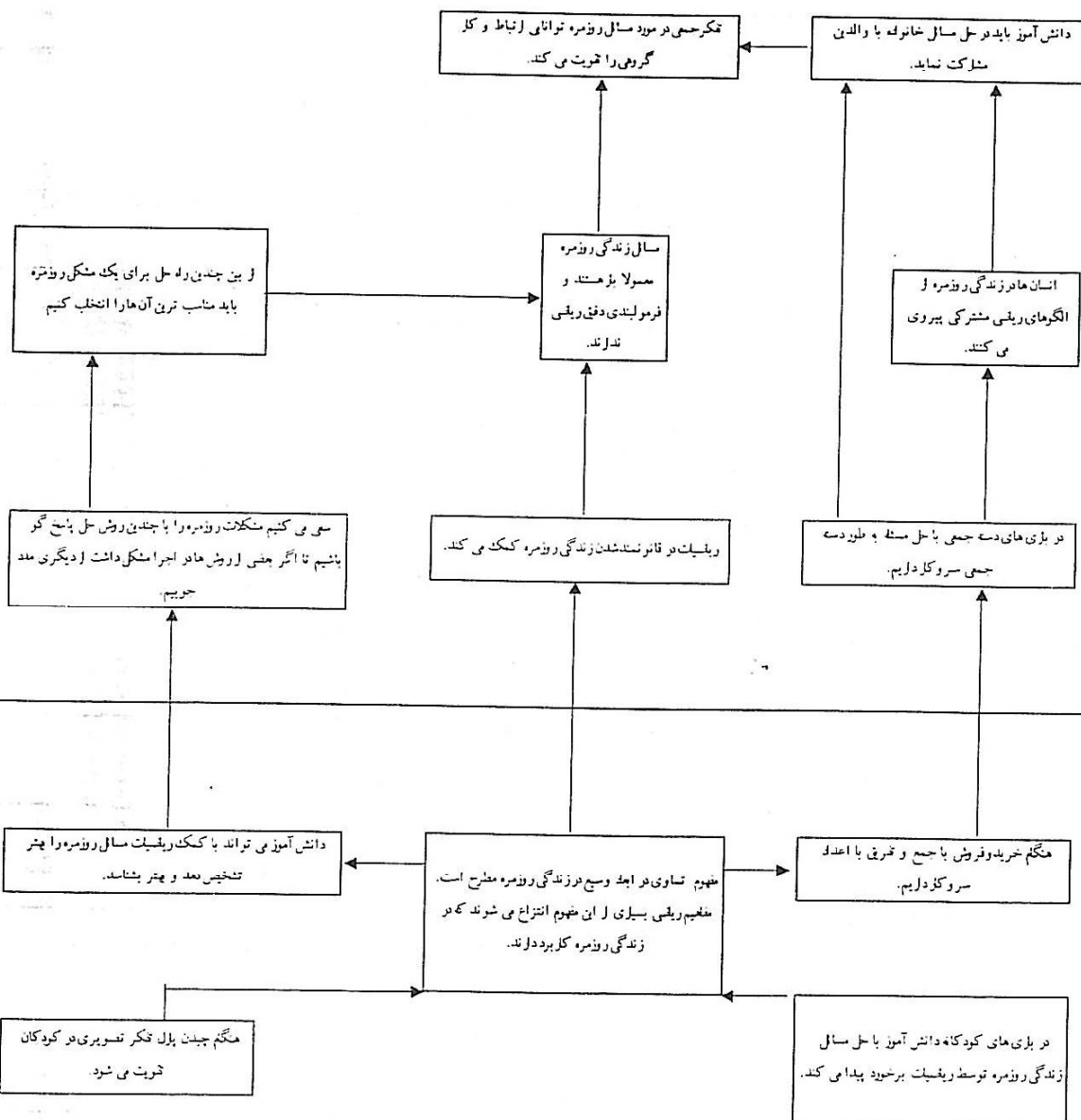


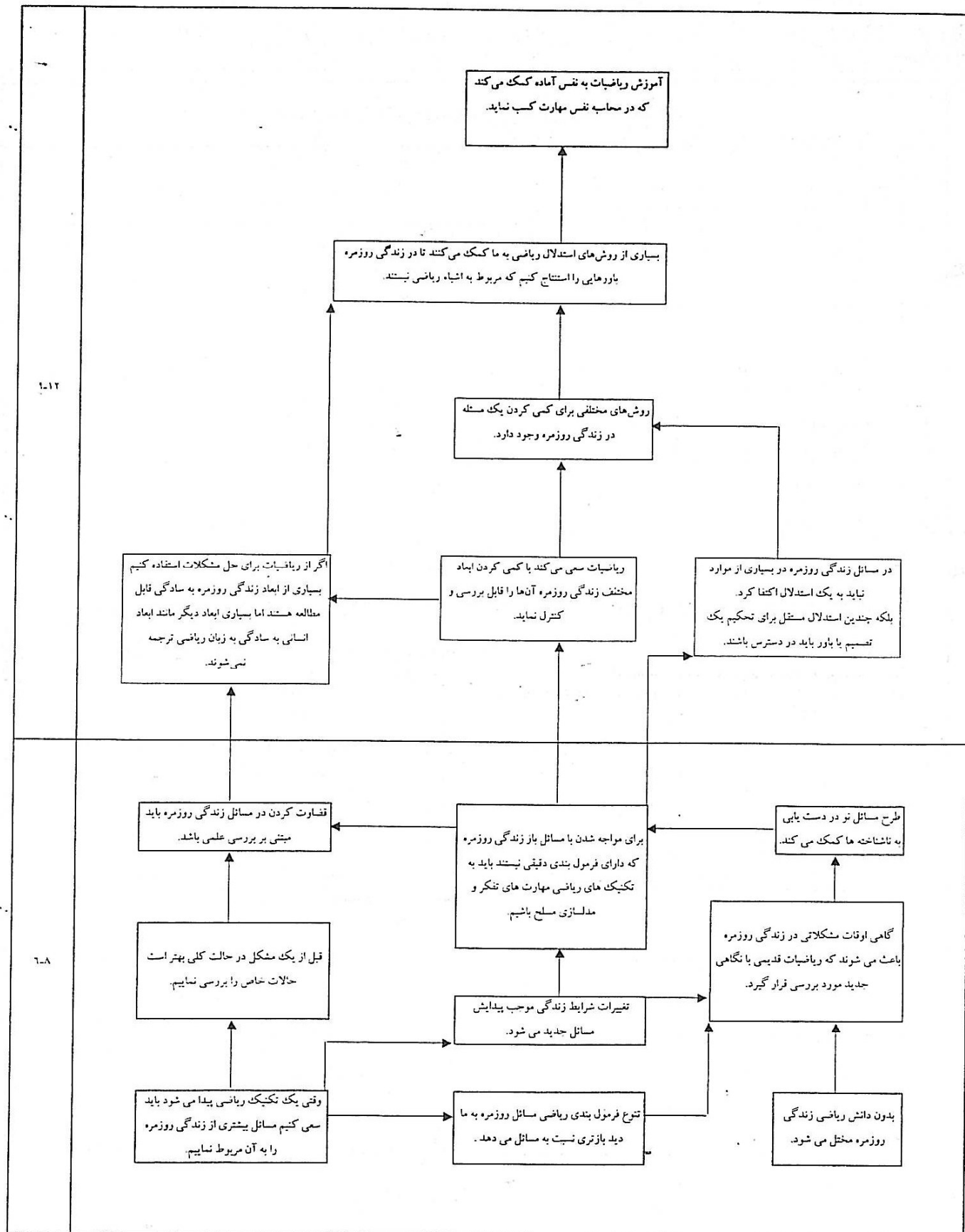
۲ - ریاضیات ابزار موثری در نشر فرهنگ جست وجوگری علمی و ایجاد روحیه ی تحقیق است





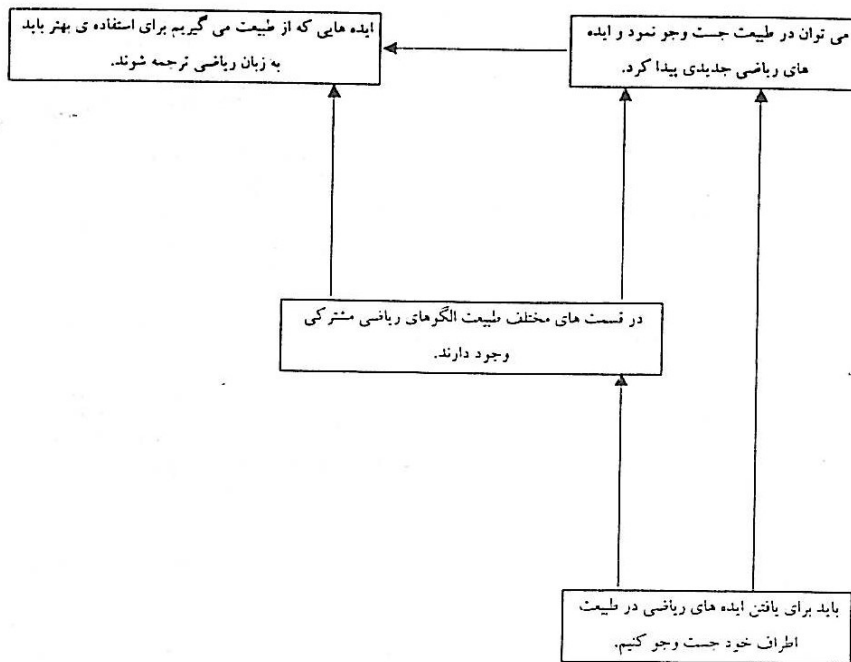
۳ - در حل مشکلات و مسائل زندگی روزمره می توان از ریاضیات استفاده کرد



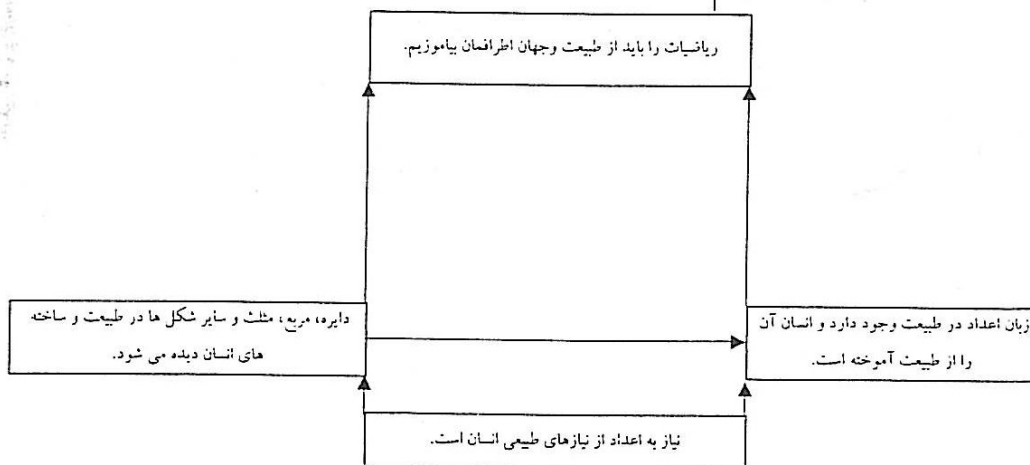


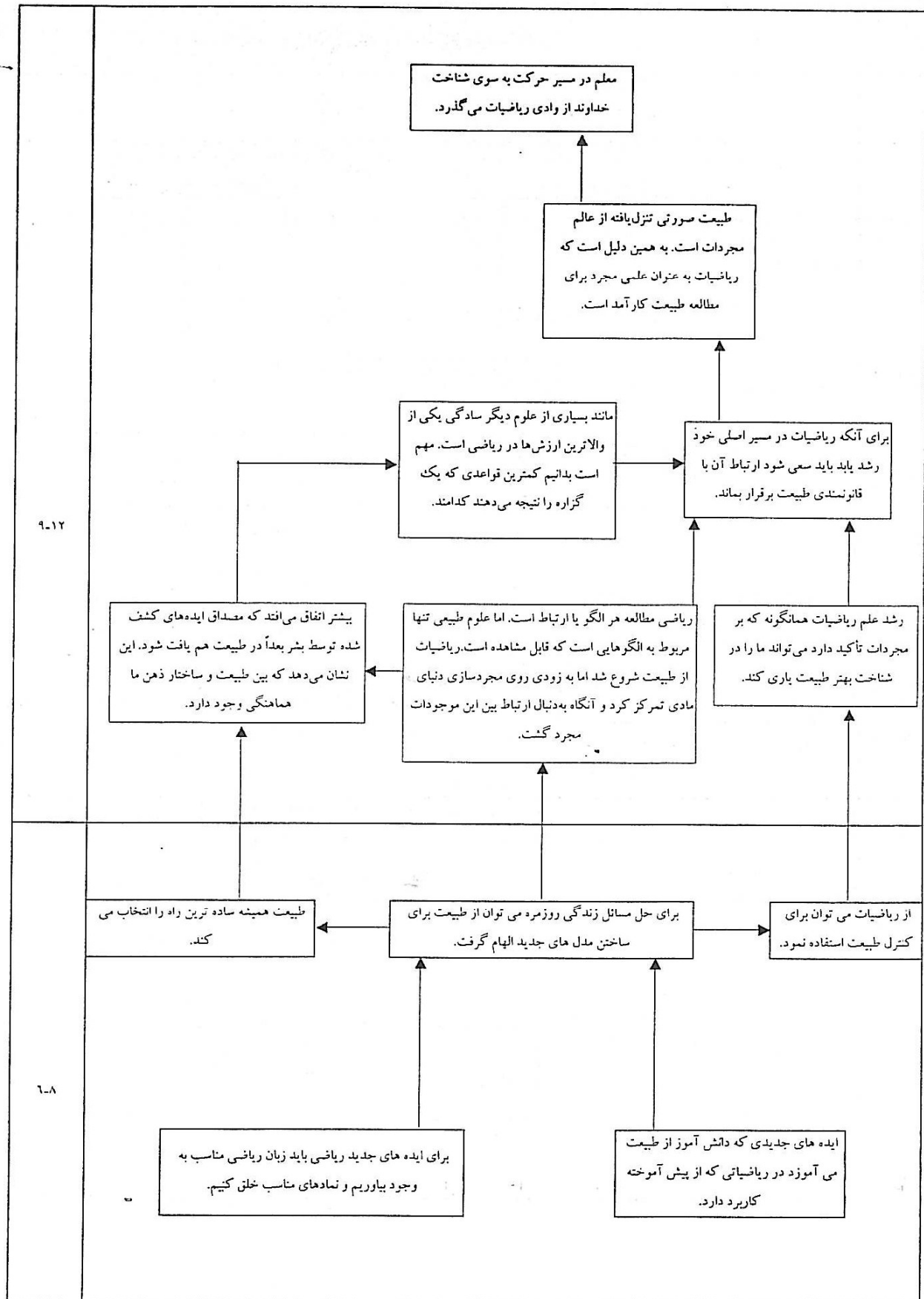
۴ - بین طبیعت و دانش ریاضی تعامل وجود دارد

۳-۵

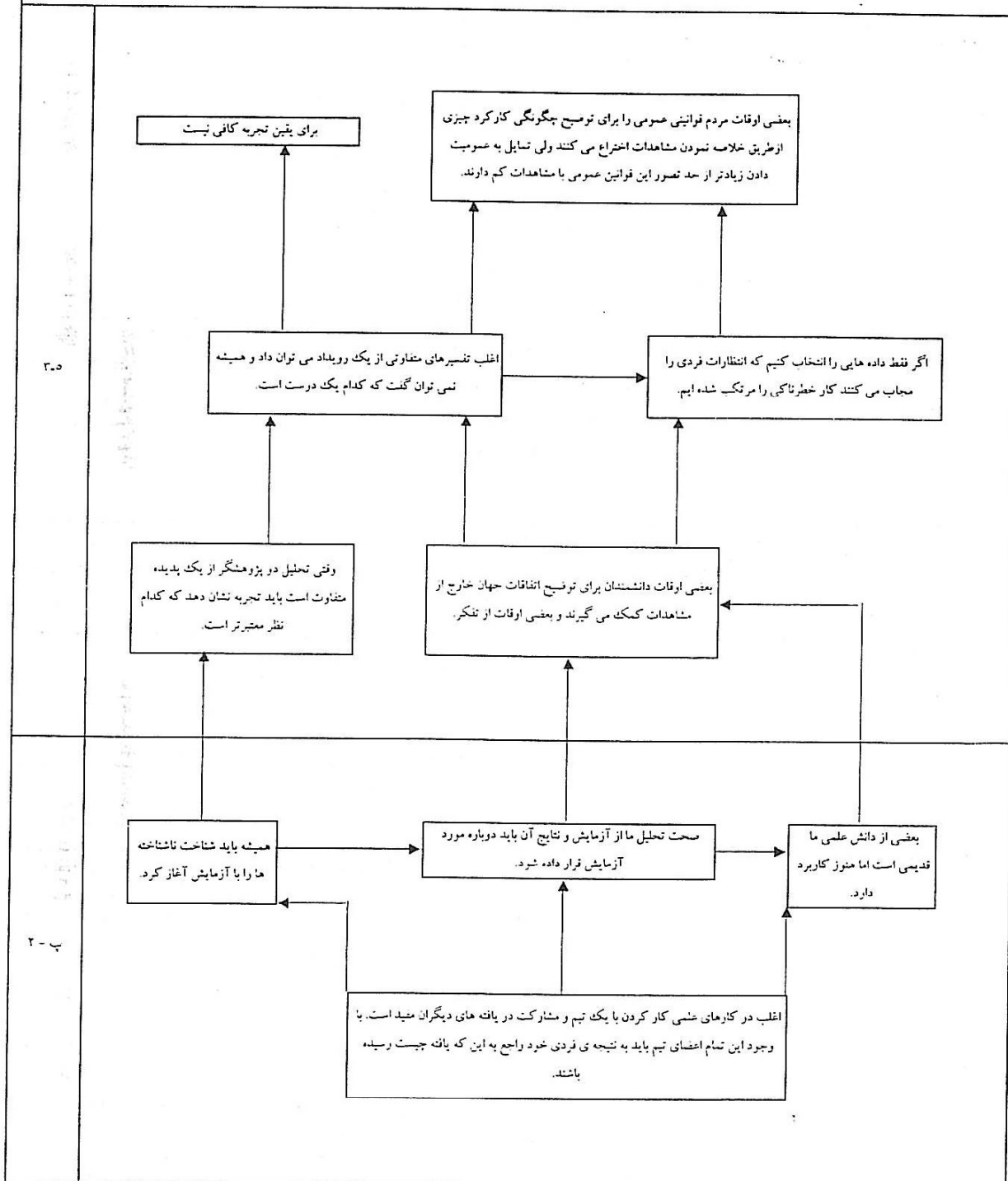


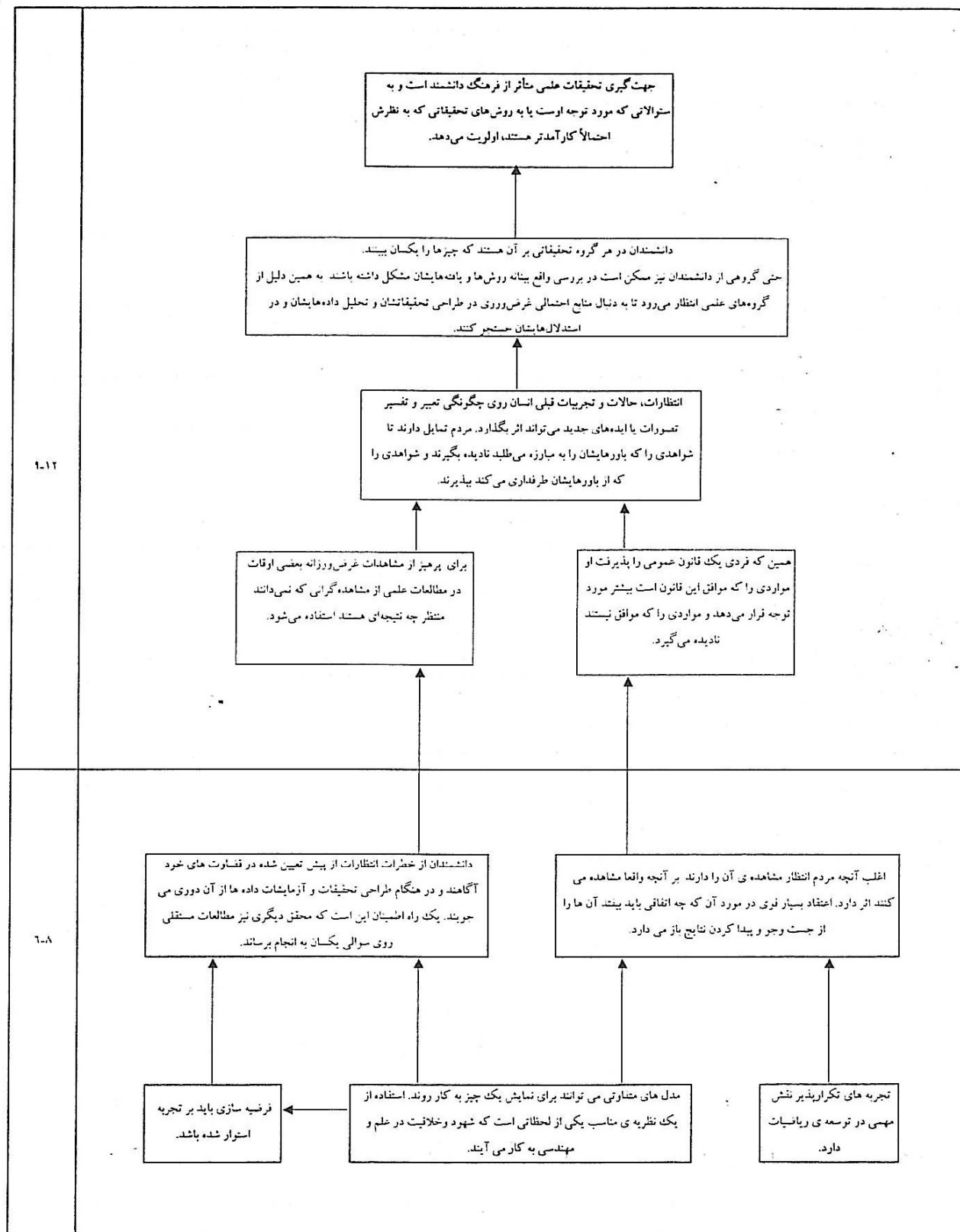
۲-۲



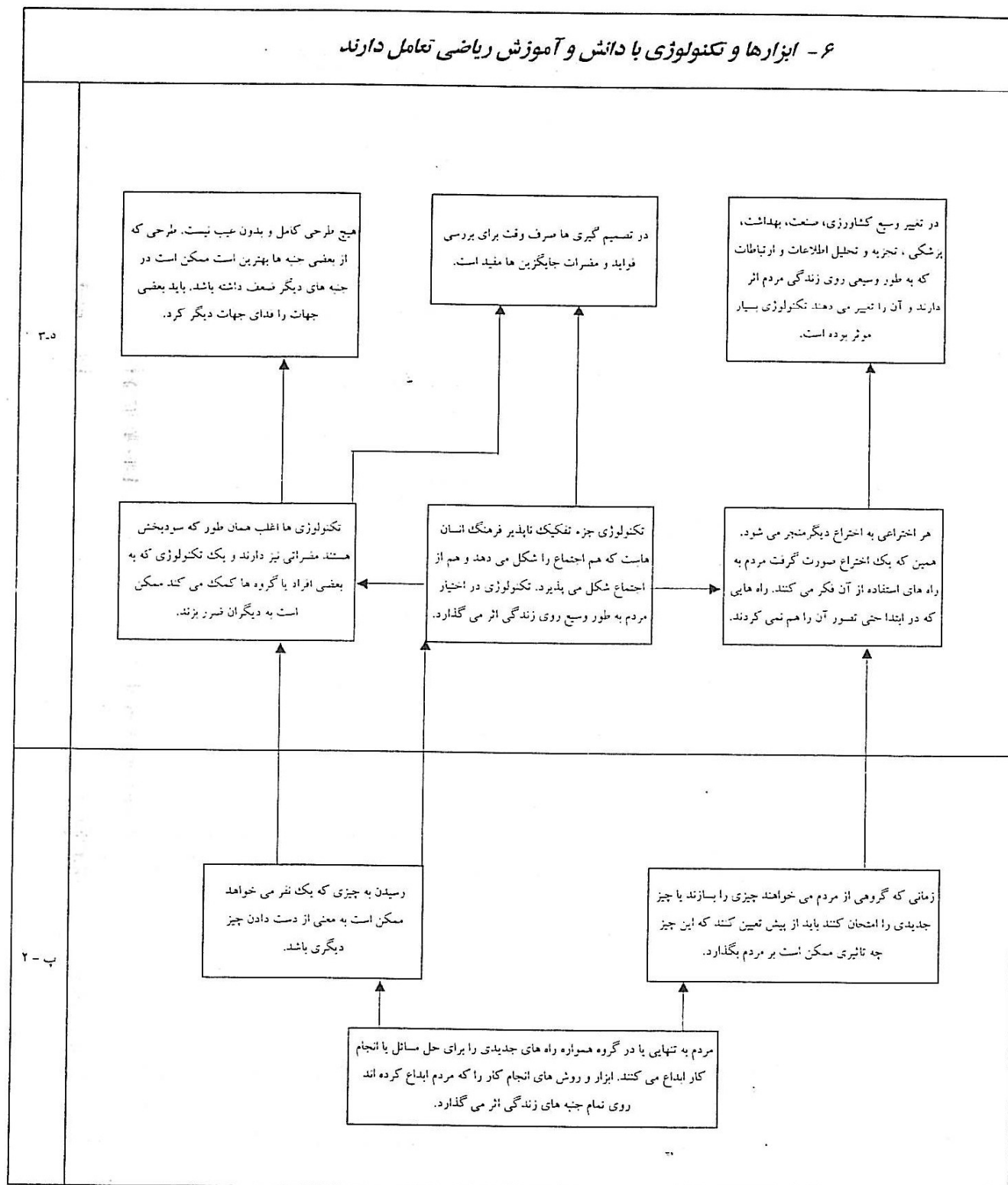


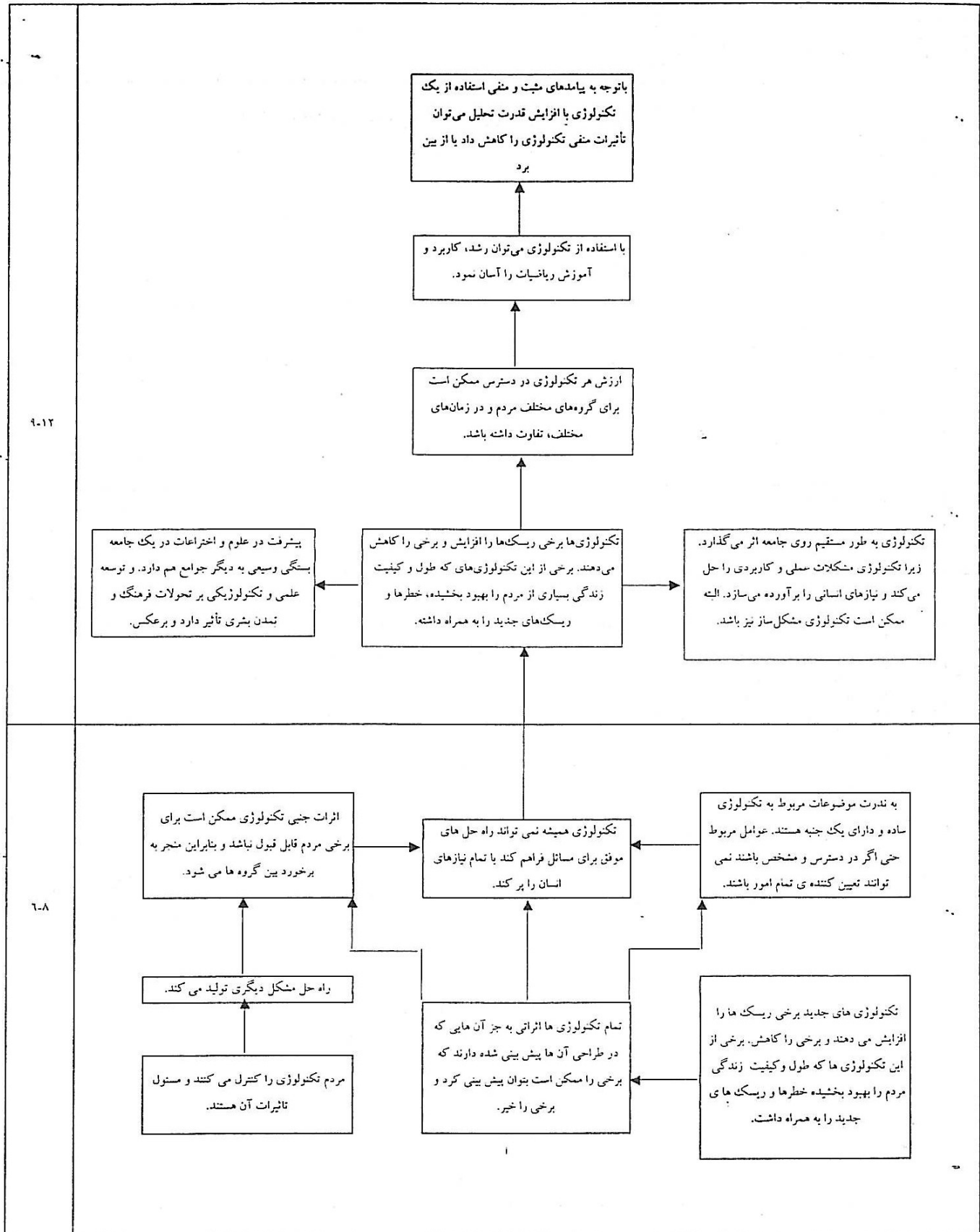
۵- در یادگیری و توسعه ی ریاضیات تجربه نقش مهمی ایفا می کند





۶- ابزارها و تکنولوژی با دانش و آموزش ریاضی تعامل دارند

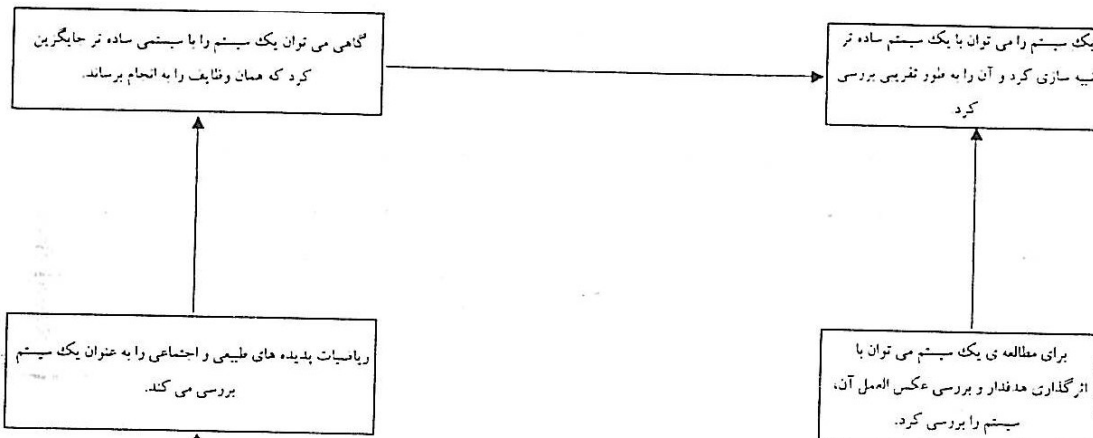




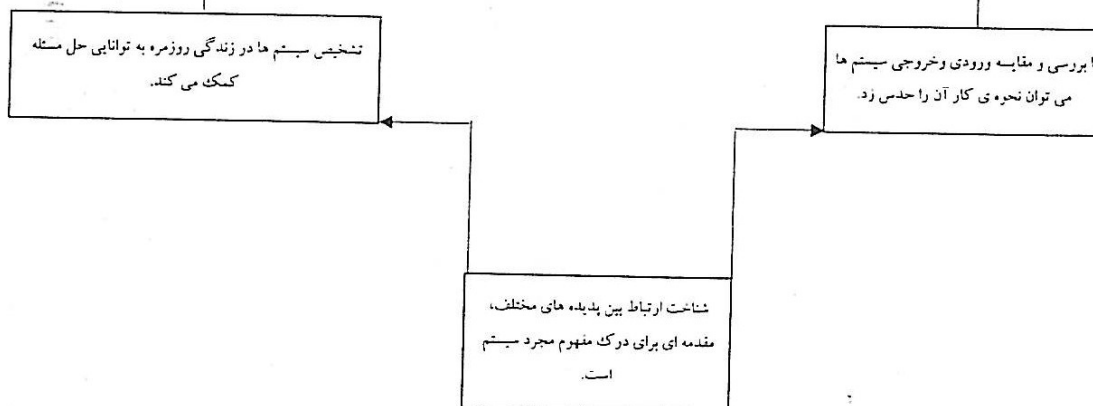
در شناخت، طراحی و ارزیابی سیستم ها می توان از ریاضیات کمک گرفت

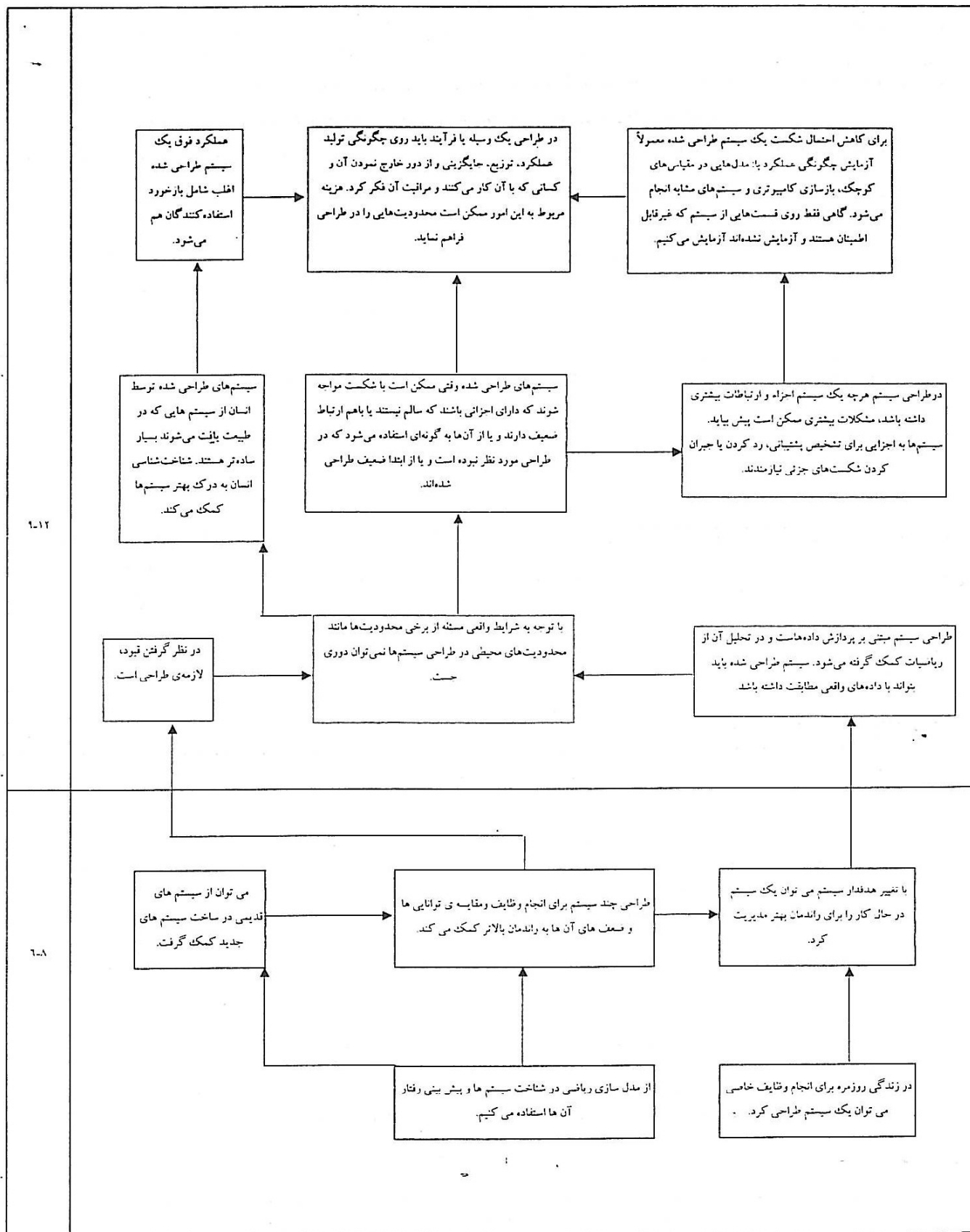
- ۷

۳-۵

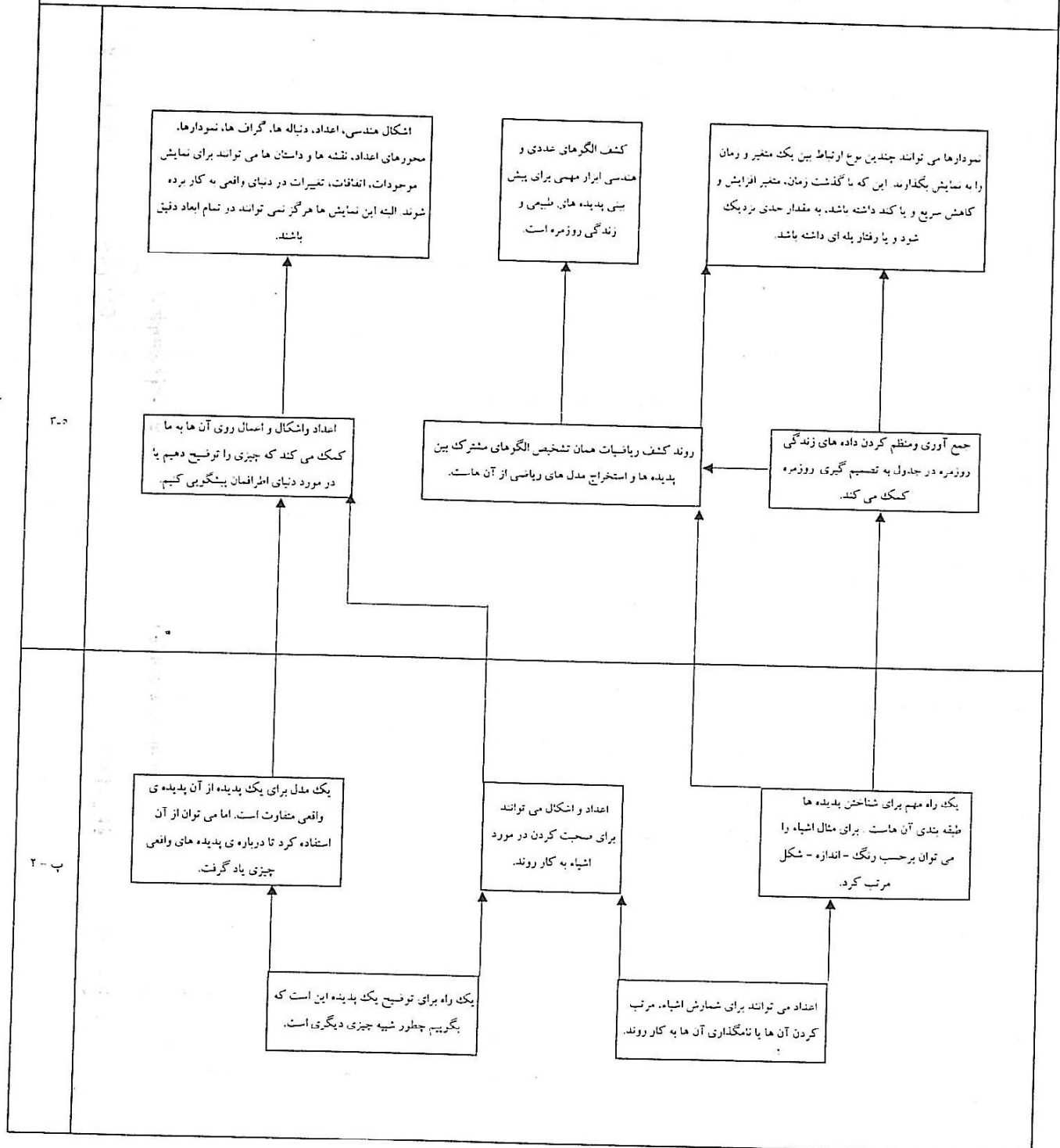


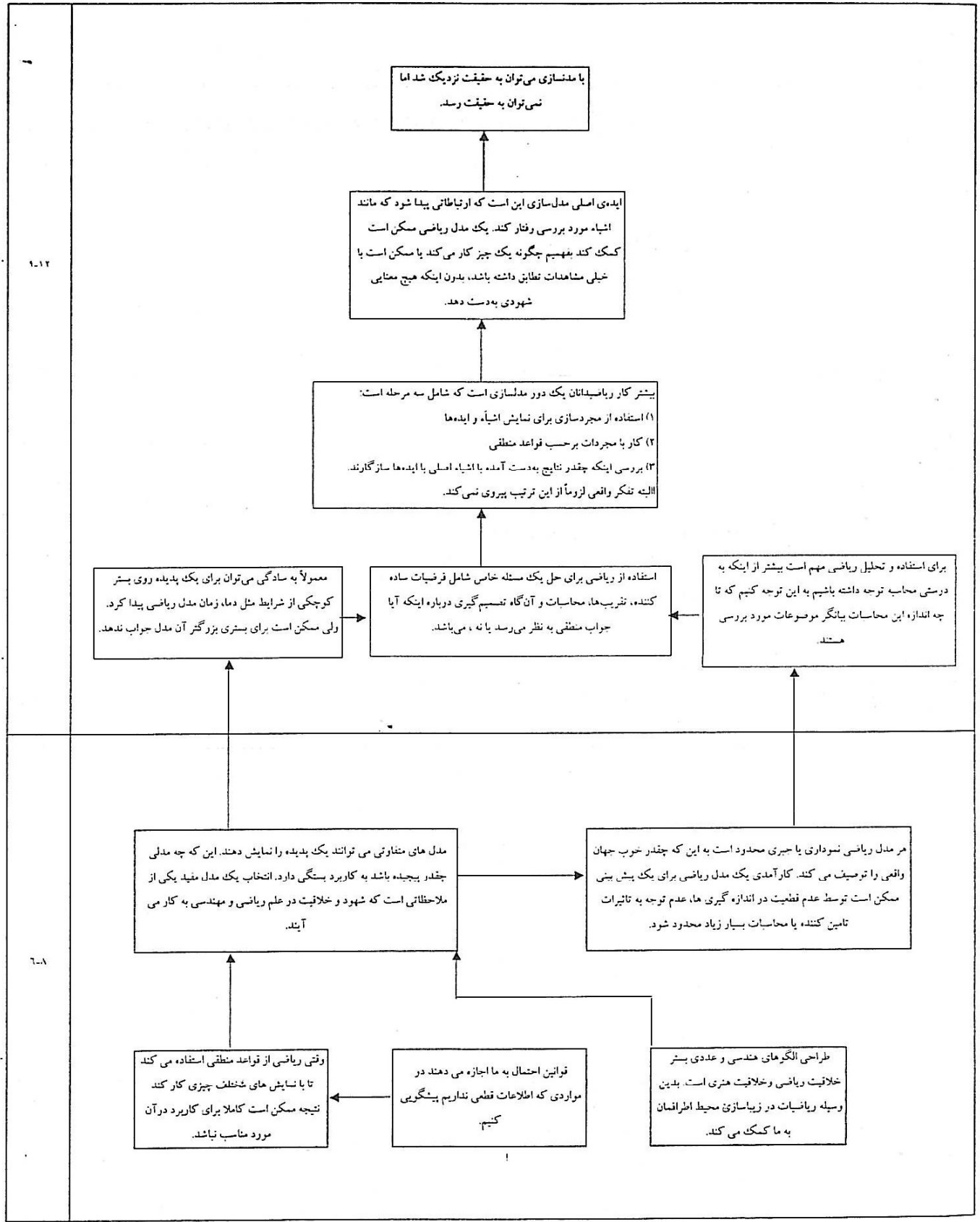
۲-۳



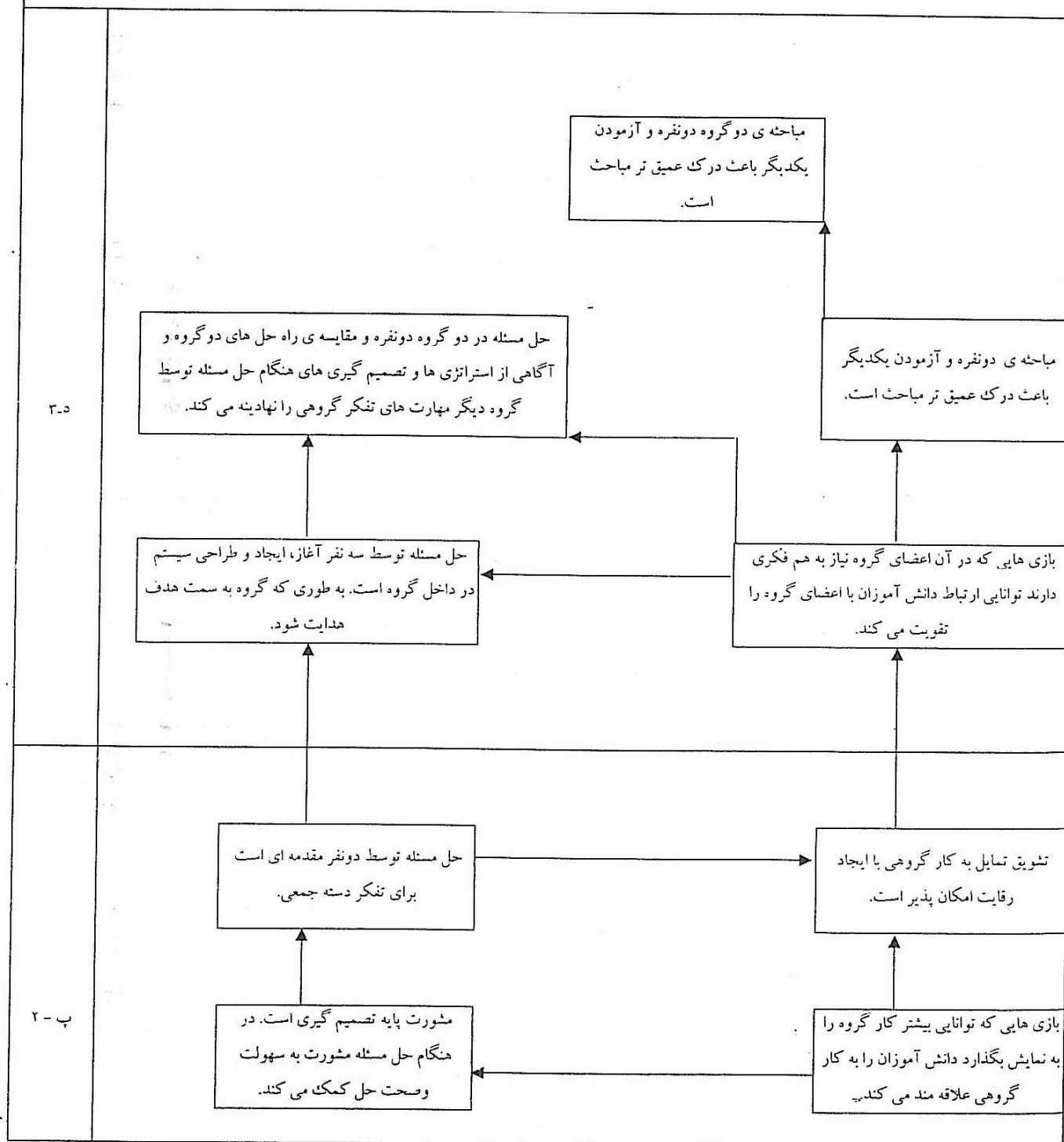


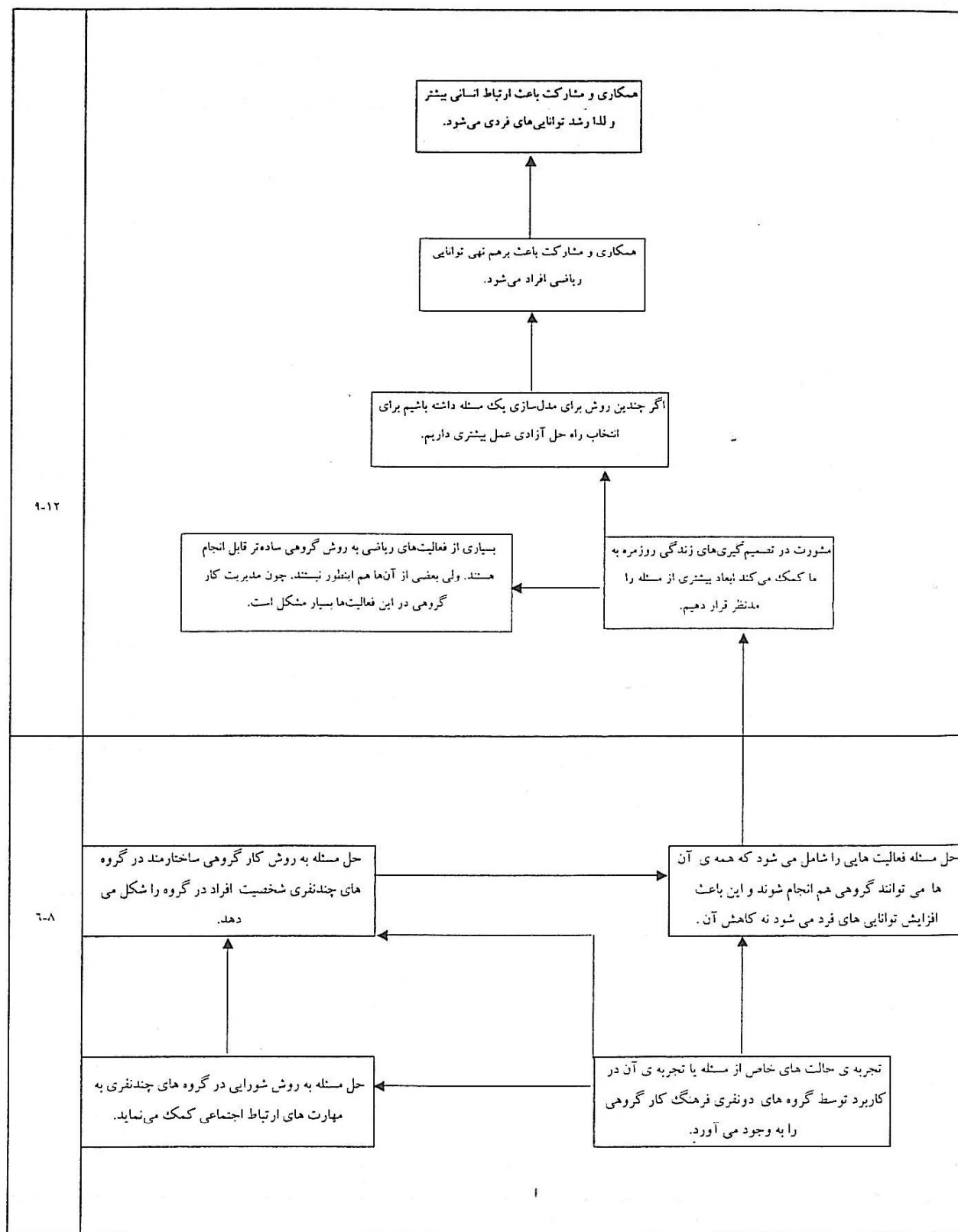
۸- از مدل سازی ریاضی برای حل مسائل زندگی روزمره استفاده می کنیم



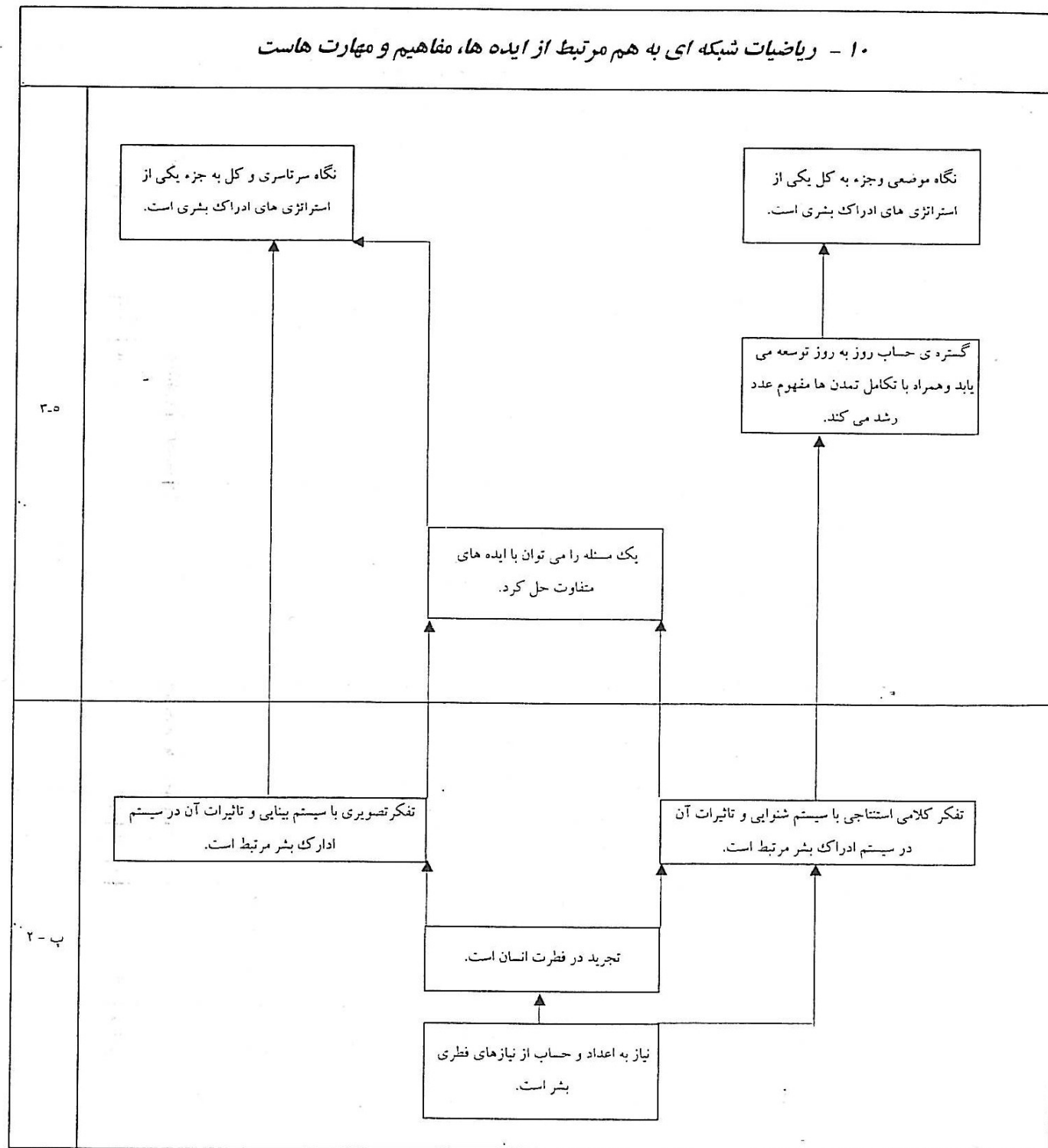


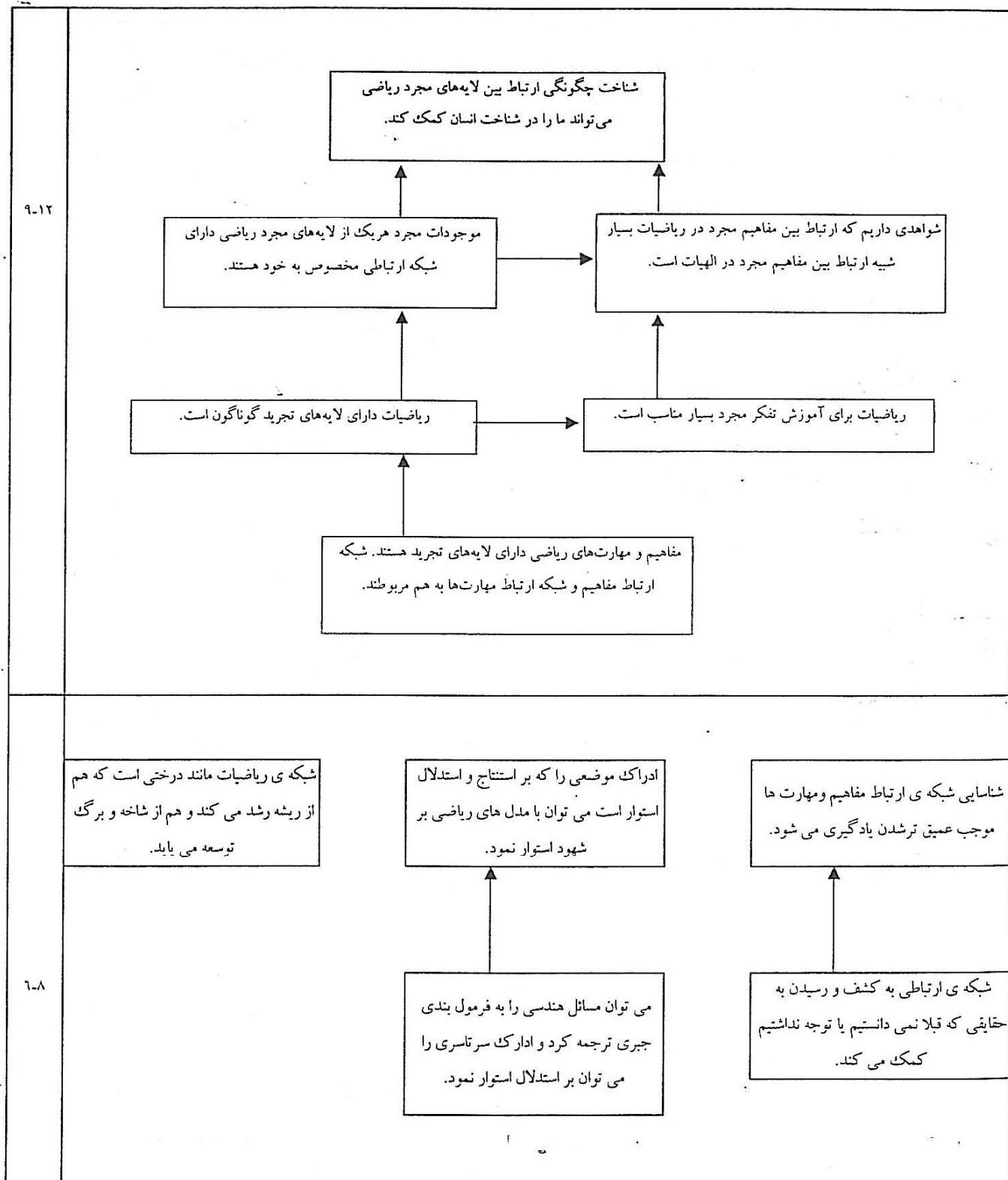
۹ - همکاری و مشارکت باعث کارایی بیشتر، تفکر کامل تر و یادگیری بهتر می شود.





۱۰ - ریاضیات شبکه ای به هم مرتبط از ایده ها، مفاهیم و مهارت هاست





اهداف مهارتی

۱- تخمین، تقریب عددی	۲- اندازه گیری	۳- استفاده از ابزارها و تکنولوژی
- تخمین محاسبات عددی - تخمین کمیت‌های هندسی - آزمون درستی تخمین - تخمین اندازه‌ی دما، جرم، زمان، تعداد - تصمیم گیری برای لزوم تخمین - کاربرد تخمین در حل مسئله - بیان روش‌های تخمین - بیان استراتژی‌های تقریب - نمونه گیری برای تخمین - تخمین عددی به‌کارگیری‌های کمی - یافتن کران بالا و پایین برای یک مقدار - تخمین‌های خطای تخمین	- اندازه گیری کمیت‌های هندسی - اندازه گیری زمان - جرم - دما - انتخاب واحد اندازه گیری - استاندارد کردن واحد اندازه گیری - تبدیل واحدها - استفاده از فرمول و روابط داده شده در اندازه گیری - محاسبه ی خطای اندازه گیری - تجسم شهودی از واحدهای اندازه گیری - تعیین ابزار اندازه گیری - مقایسه ی اندازه ها - محاسبات پولی - تشخیص وابستگی و استفاده از متغیرها	- درک محدودیت‌های ابزار اندازه گیری - دقت ابزار اندازه گیری - مهارت در استفاده از ابزارهای رسم هندسی (خط کش، پرگار، گونیا، نقاله) - استفاده از مانیتین‌های محاسباتی (چرتکه، مانیتین حساب، کامپیوتر) - تصمیم گیری در مورد لزوم استفاده از ابزار - کار با ابزارهای اندازه گیری زمان - جرم - دما - طول - گنجایش - تصمیم گیری در مورد انتخاب ابزار مورد استفاده با توجه به موضوع اندازه گیری و محدودیت‌های ابزار - ساختن ابزار - مقایسه توانایی‌های ابزارها

- مصاحبه ی صورت و منتقد با سبک
- تعیین خطای تخمین
- تعیین دما، جرم و زمان تخمین
- تعیین درصد با استفاده از تخمین

- تخمین برای تخمین
- اندازه گیری کمیت‌های فیزیکی
- اندازه گیری زمان تخمین
- اندازه گیری زمان تخمین

- کار با ابزارهای ریاضی
- انجام ی سبک با یک ابزارها
- برنامه ریزی سبک‌های ریاضی و ابزارهای الگوریتم‌ها

۶- کشف، استدلال	۵- استفاده از نمودارها و شهود هندسی	۴- مدل سازی، الگویابی، پیش بینی
- استدلال استنتاجی - شناسایی و تعمیم الگوها - ارزیابی اطلاعات و استخراج اطلاعات مورد نیاز - ارزیابی دلایل ارائه شده - شناسایی ارتباطات بین اطلاعات موجود - تحلیل و نتیجه گیری - ارزیابی روند کشف - قابل مشاهده کردن نتایج - ارزیابی انطباق نتیجه نهایی با زندگی واقعی - بیان استدلال به دیگران - بیان روند کشف - انتخاب از بین چند راه مختلف - بررسی حالت های خاص - تشخیص و مدل سازی روابط جزء و کل - تجربه، استقرا، استدلال - بیان اطلاعات و روابط به زبان ریاضی - برهان خلف - توضیح مستدل	- توصیف و تحلیل نمودار - حل معمای تصویربرداری (تکرر دیداری) - طبقه بندی و دسته بندی اشکال هندسی - ترکیب اشکال هندسی و ایجاد اشکال ترکیبی - تشخیص و رسم اتمام سه بعدی و مسأله دو بعدی - تبدیل اطلاعات کلامی به تصویری به چند روش و برعکس - استدلال شهودی - برقرار کردن ارتباط هندسی - انتخاب نمودار مناسب - رسم تصویر از اشیاء - رسم تصویر از اشکال هندسی - کاربرد بهای هندسی در زندگی	- کشف الگوهای عددی و بیان آن - کشف الگوهای هندسی و بیان آن - تشخیص الگوهای مشترک - طبقه بندی (رنگ، اندازه، شکل و...) - جمع آوری و سازمان دهی تحلیل داده ها - پیش بینی پیش آمدهای احتمالی - پیش بینی رفتار متغیرها - مدل سازی تجربی - طراحی الگوهای عددی و هندسی - مرتب کردن داده ها بر اساس ویژگی های آنها برای تحلیل بهتر - رسم نمودار - مدل سازی هندسی - مدل سازی خطی - مدل سازی درجه دوم - مدل سازی نقطه ای

- کنترل روند کشف از بیرون روند حل مسئله

- استدلال در سبب اعلی و فلسفی

- تشخیص استقلال یک حکم از اصول و مفروضات بنیادی

- مدل سازی سبب بینی

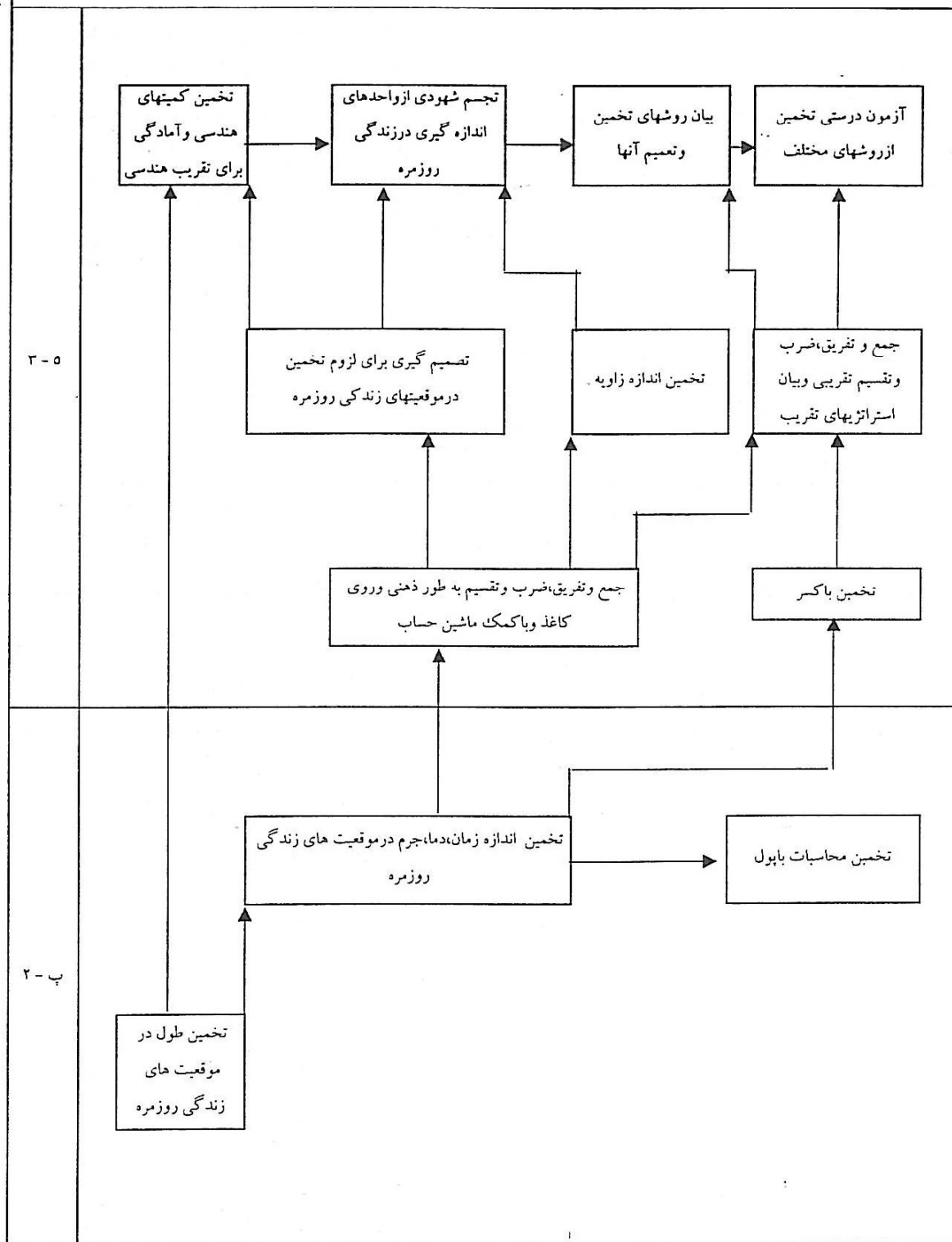
- مدل سازی کاهری

- مدل سازی احتمالاتی

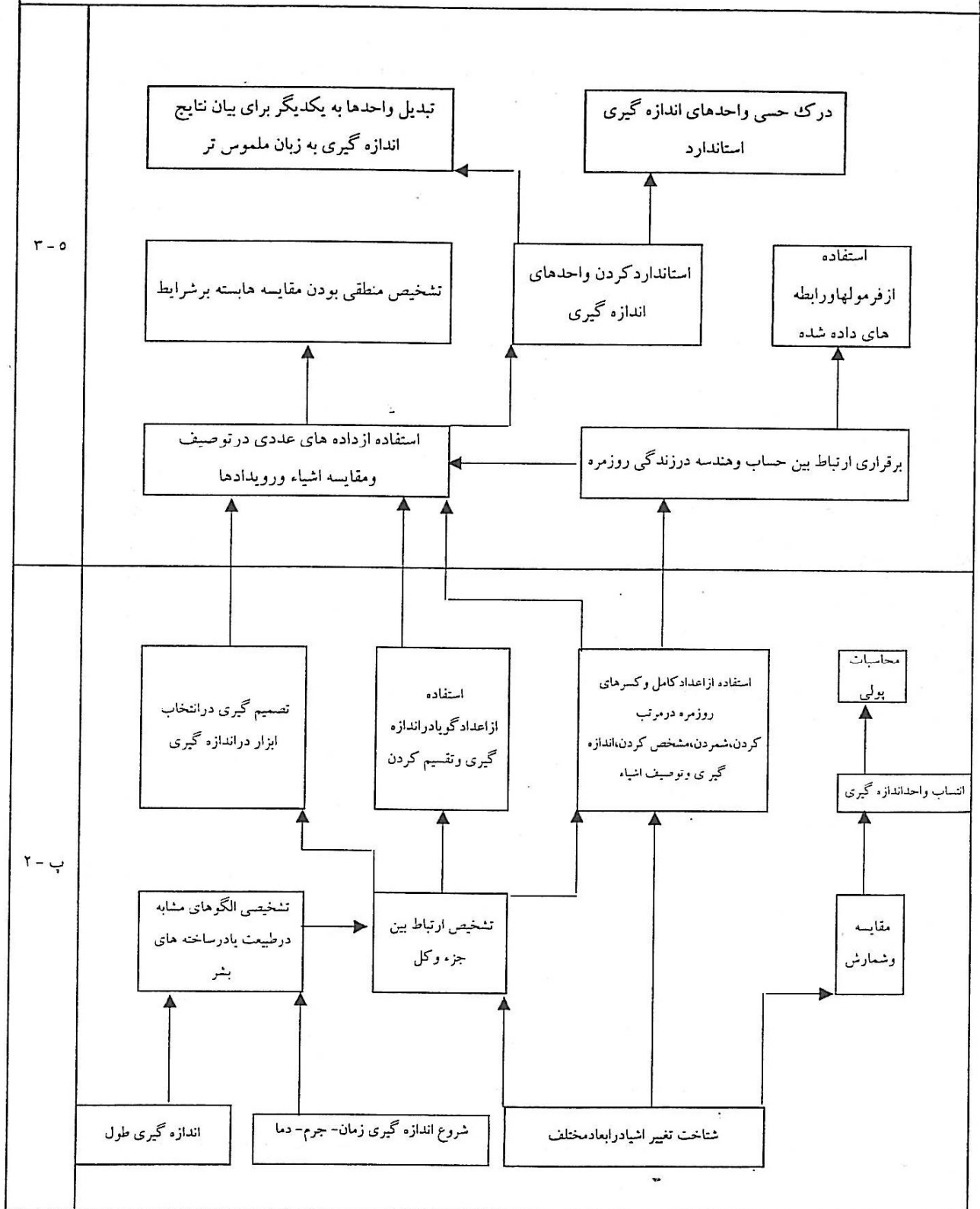
- مدل سازی خطی

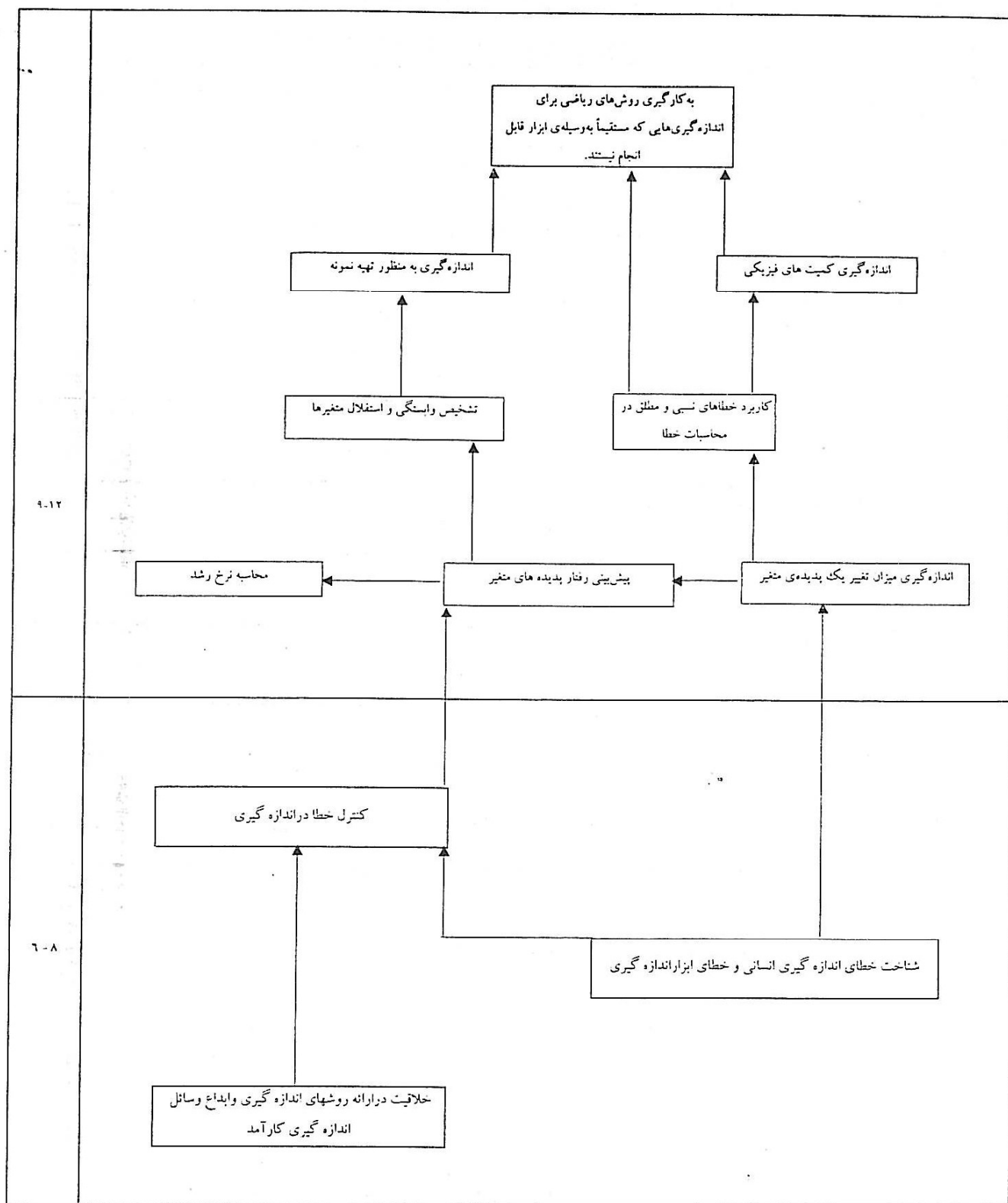
- مدل سازی نقطه ای

۱- تخمین، تقریب عددی

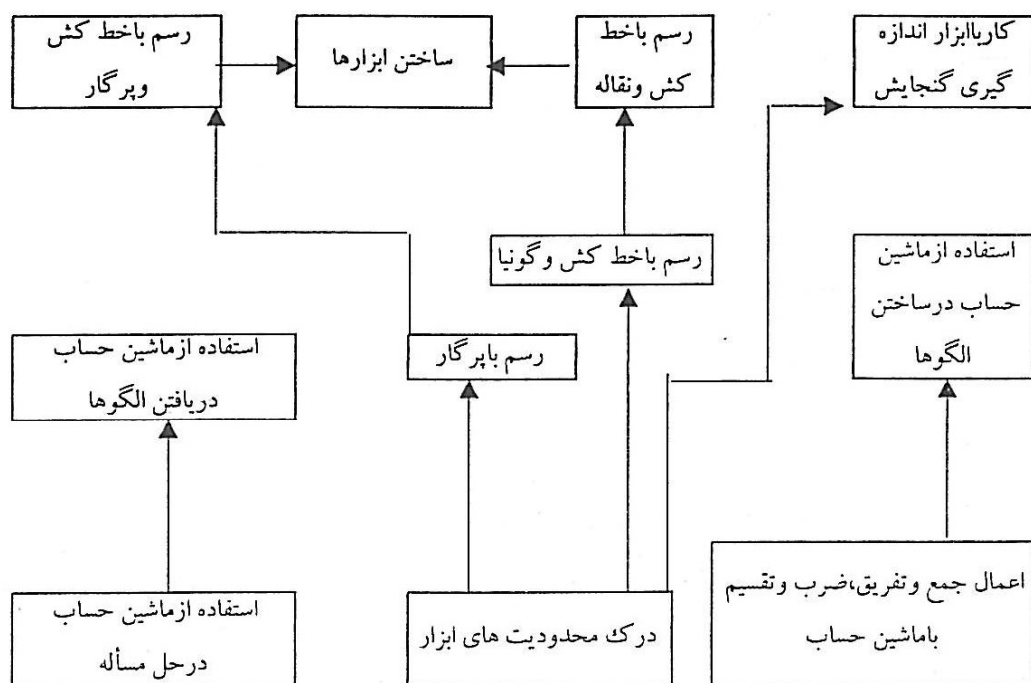


۲ - اندازه گیری

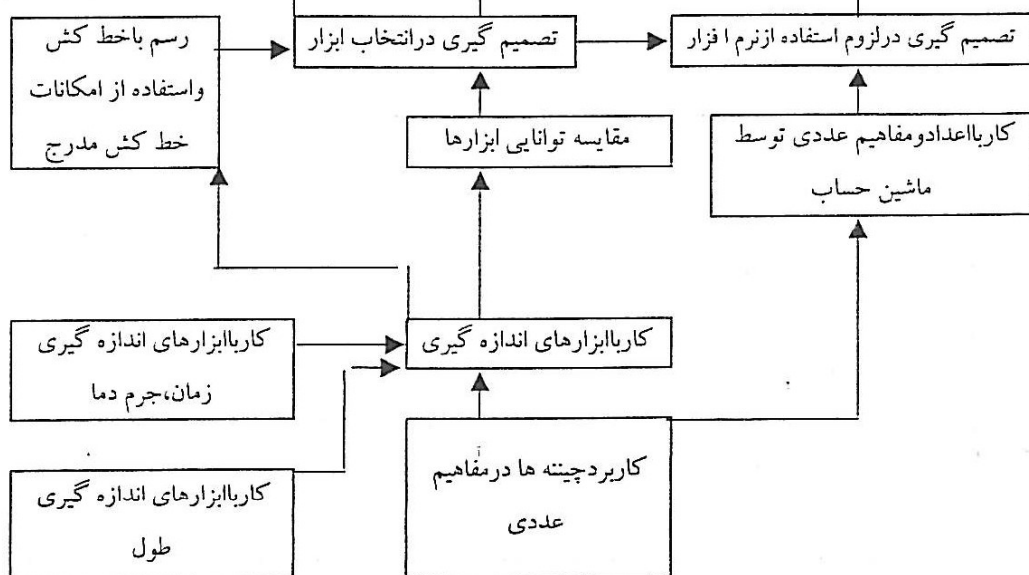


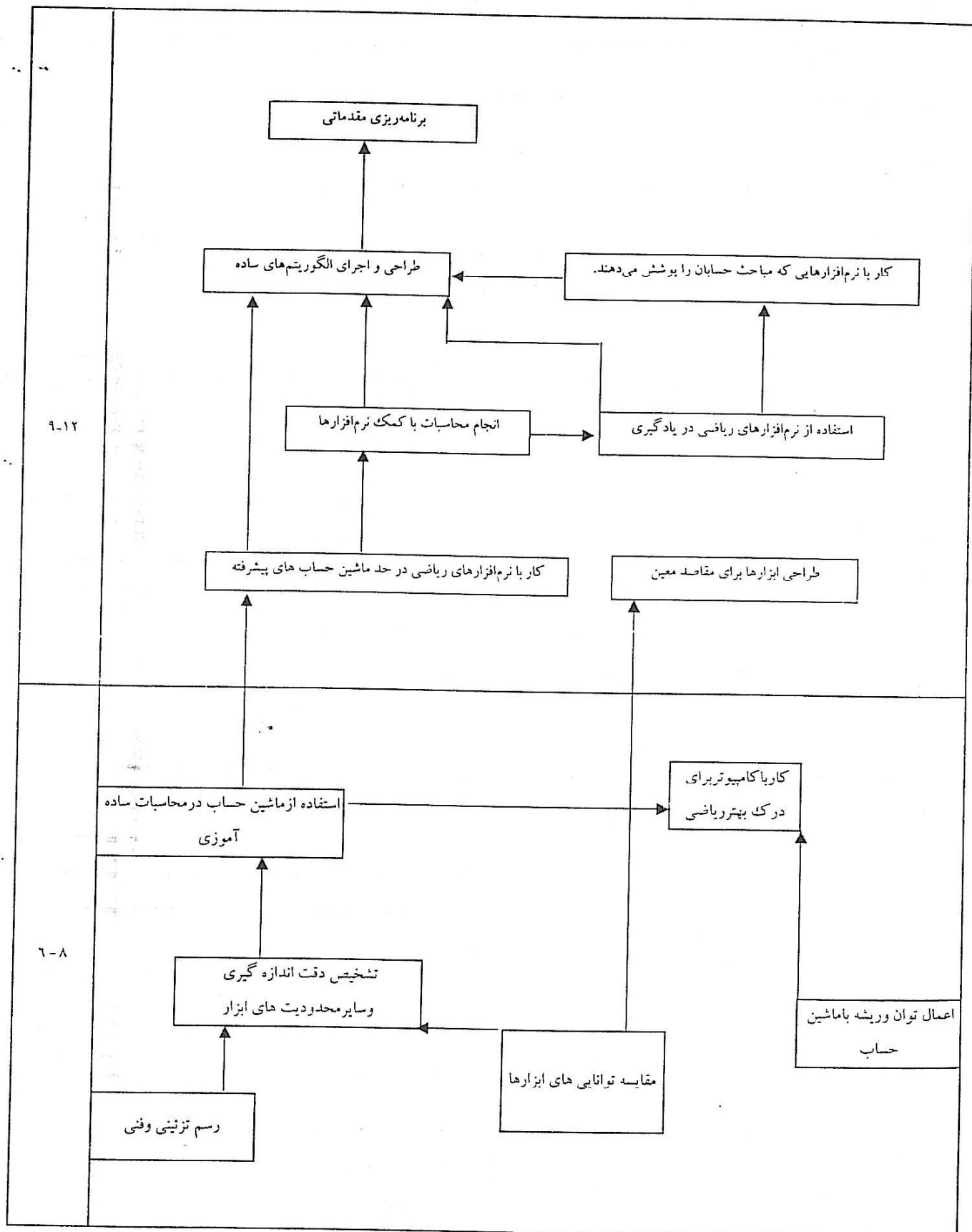


۳ - استفاده از ابزارها و تکنولوژی

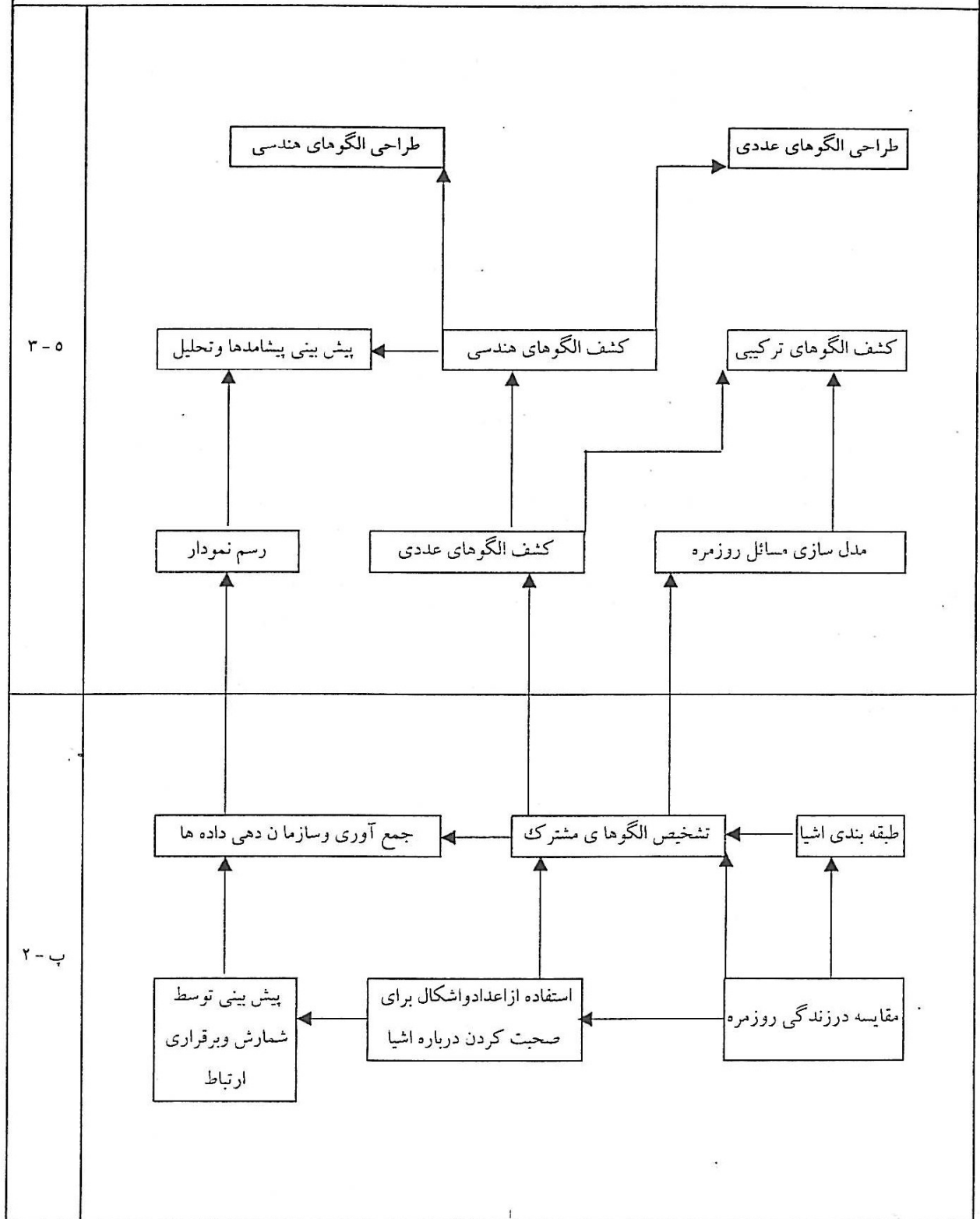


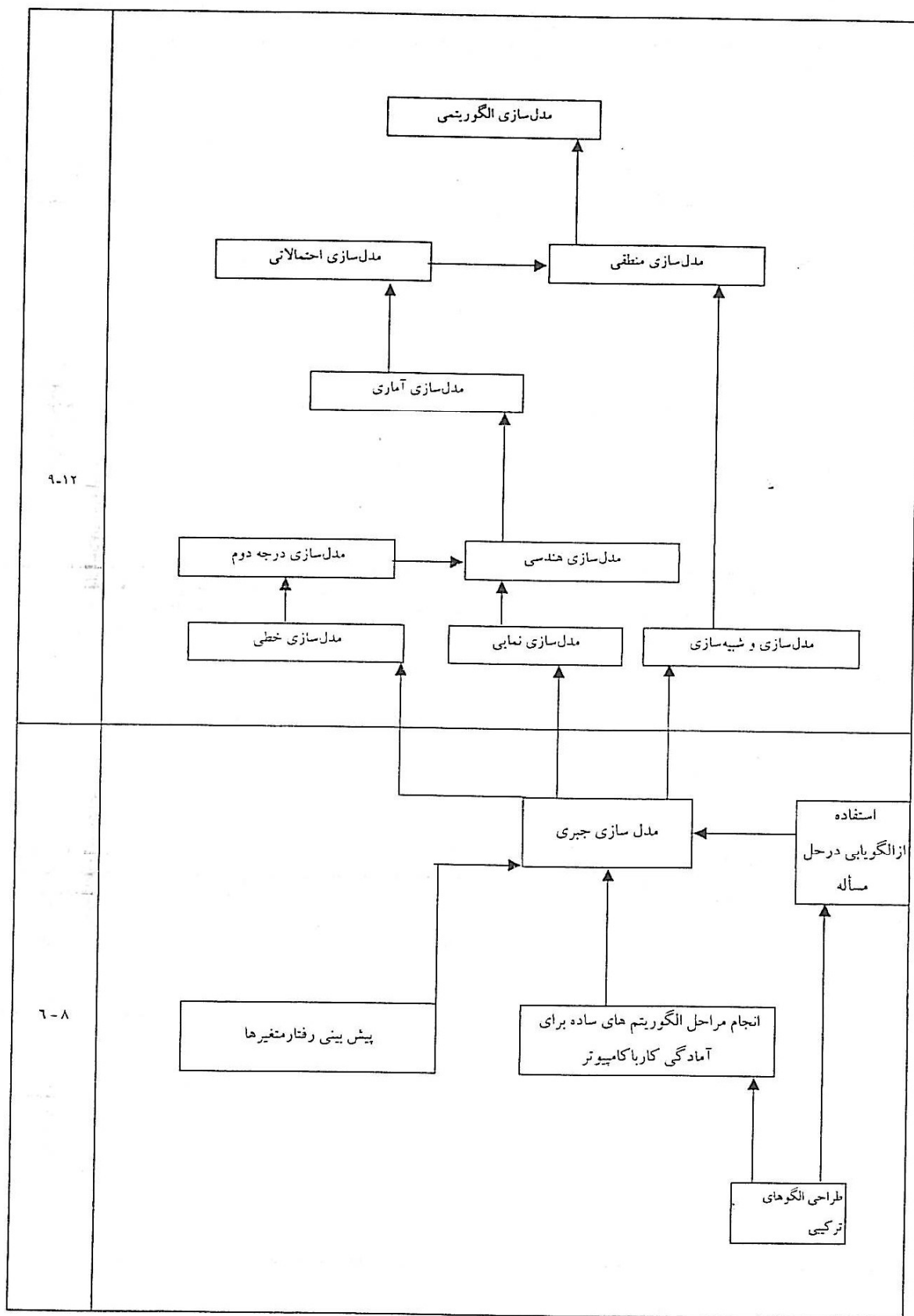
پ - ۲



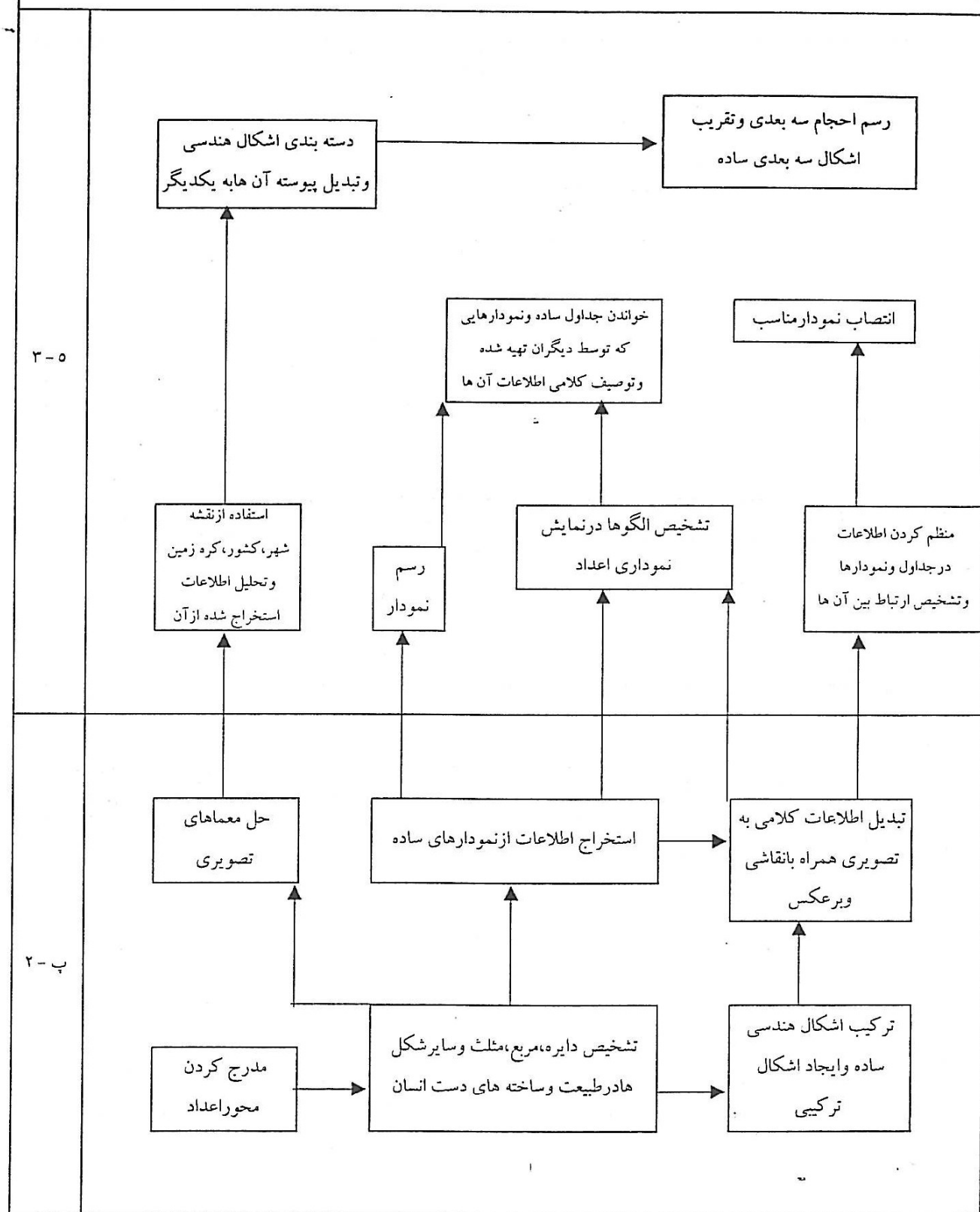


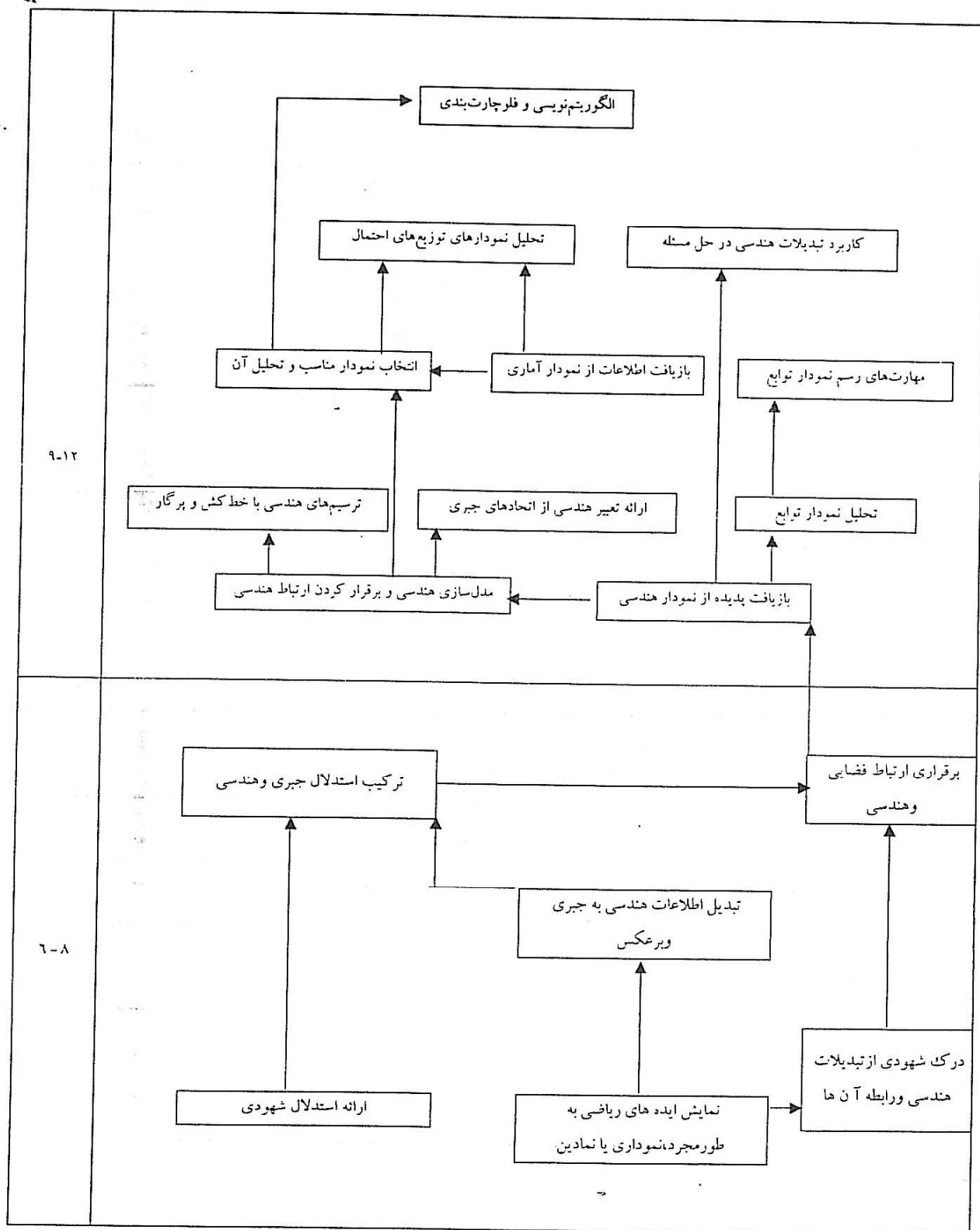
۴ - مدل سازی، الگویابی، پیش بینی



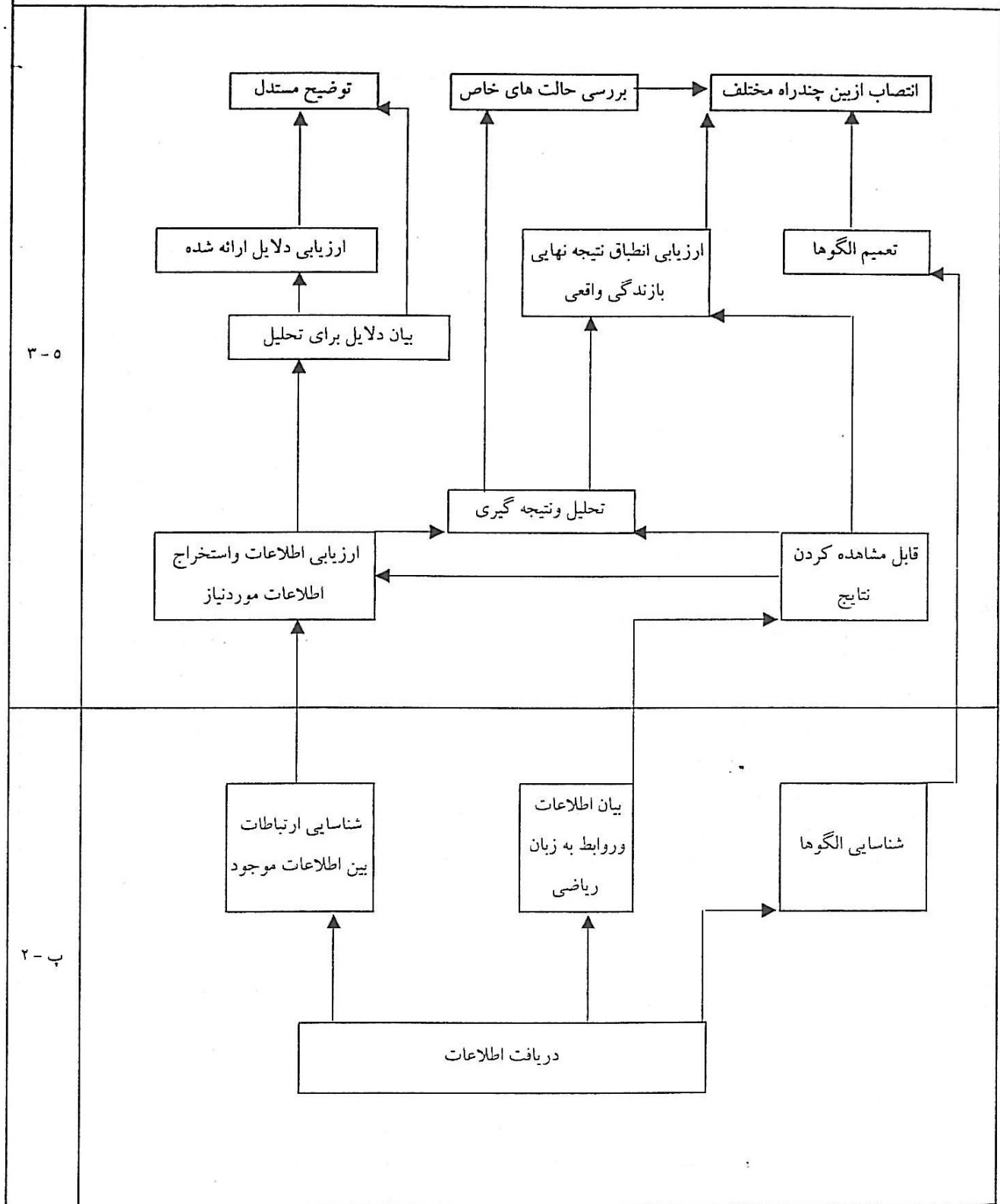


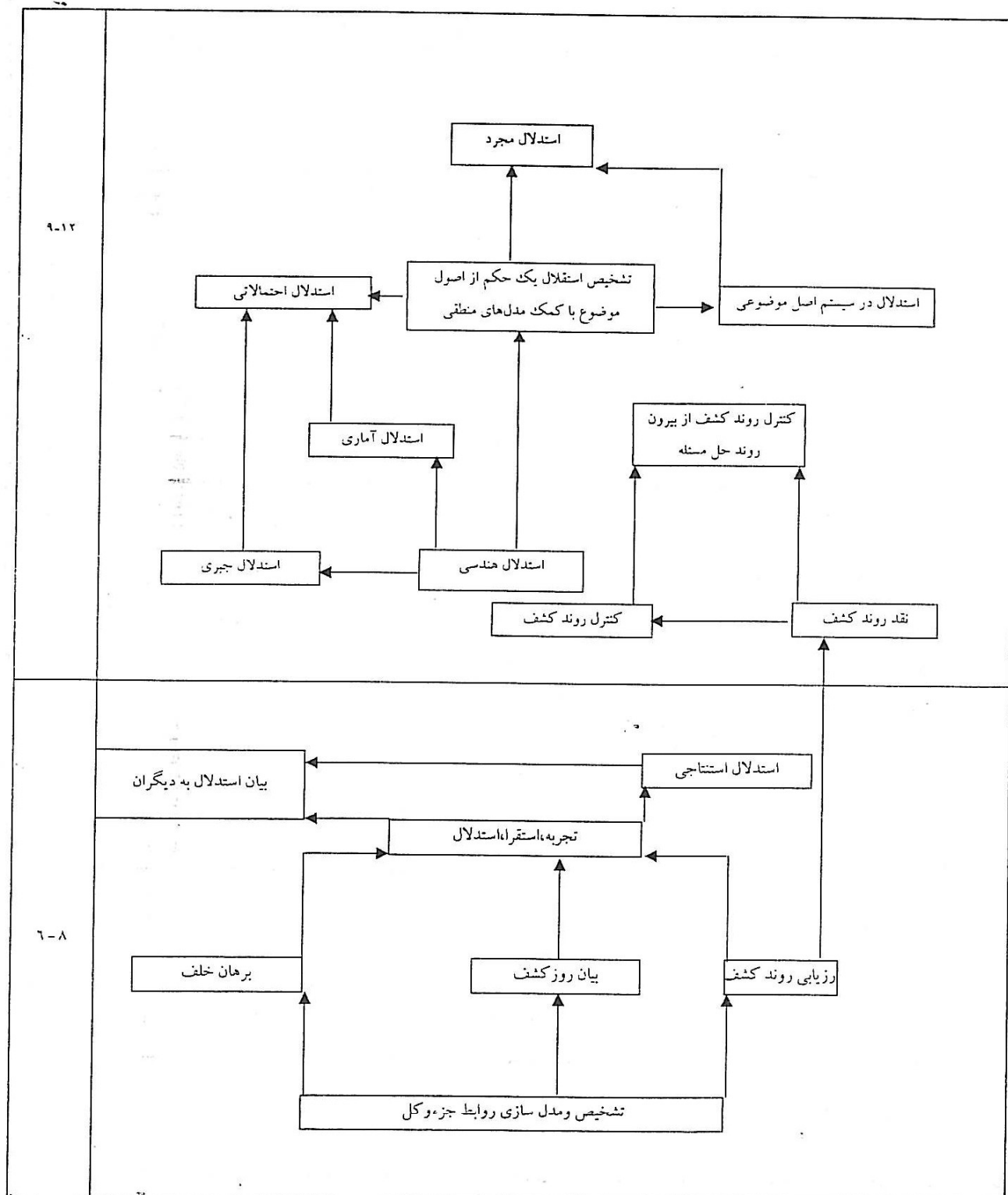
۵ - استفاده از نمودارها و شهود هندسی





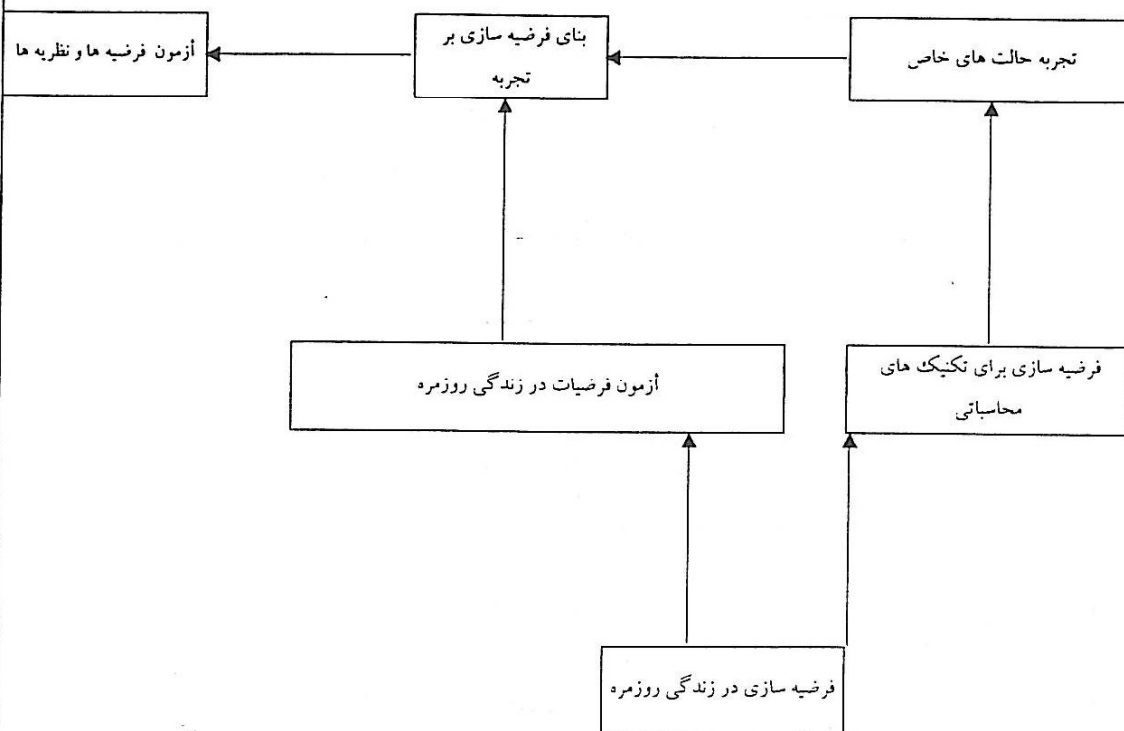
۶ - کشف، استدلال



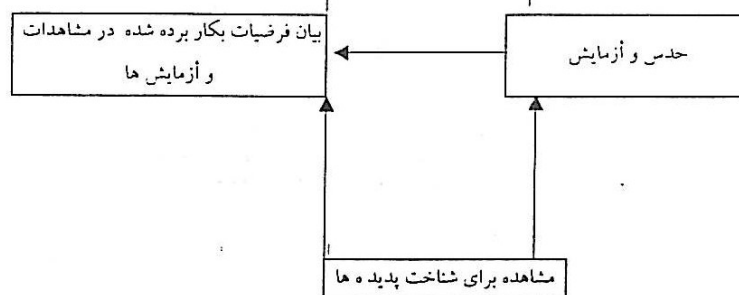


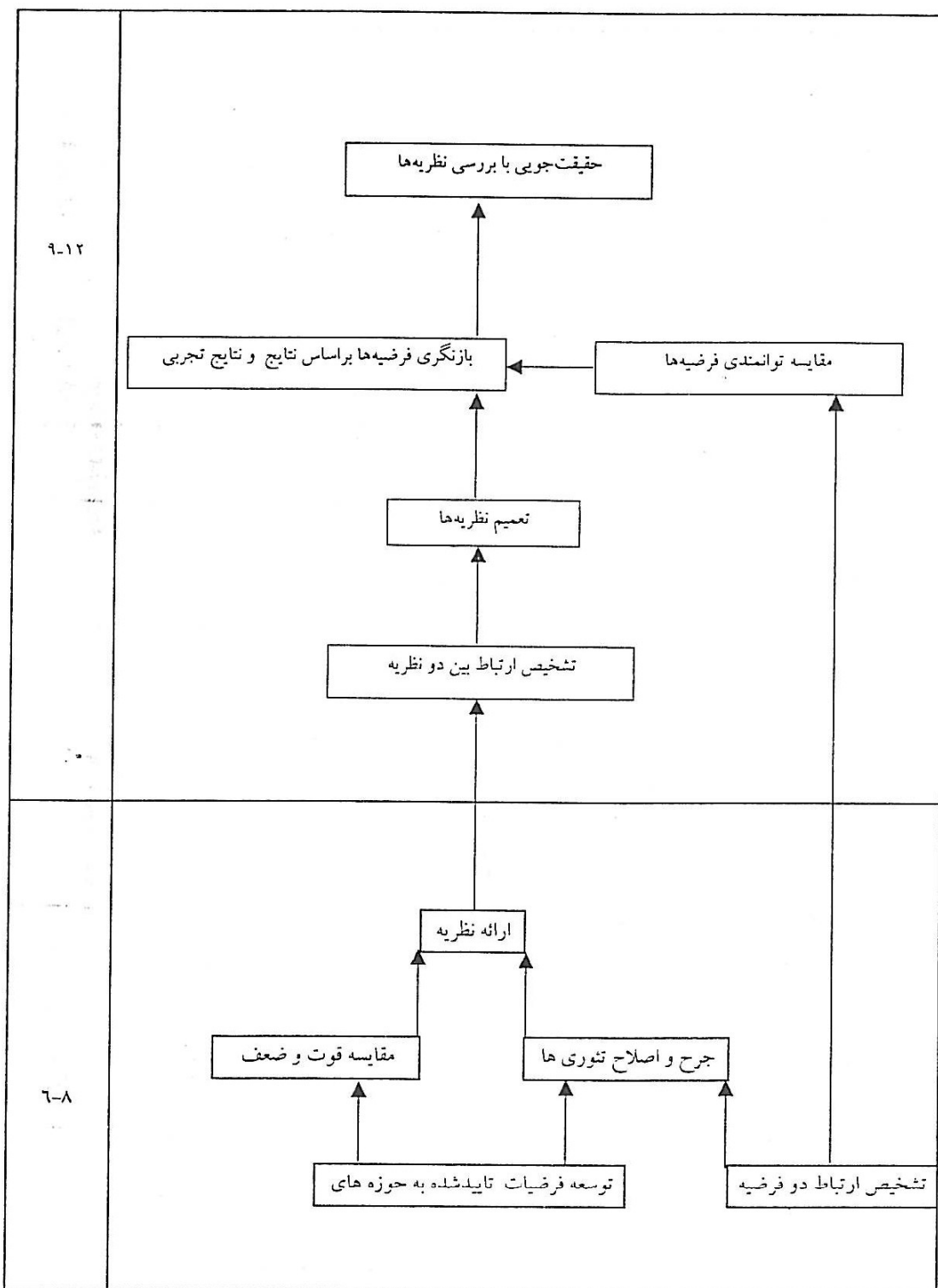
۷- فرضیه سازی و نظریه پردازی

۳-۵

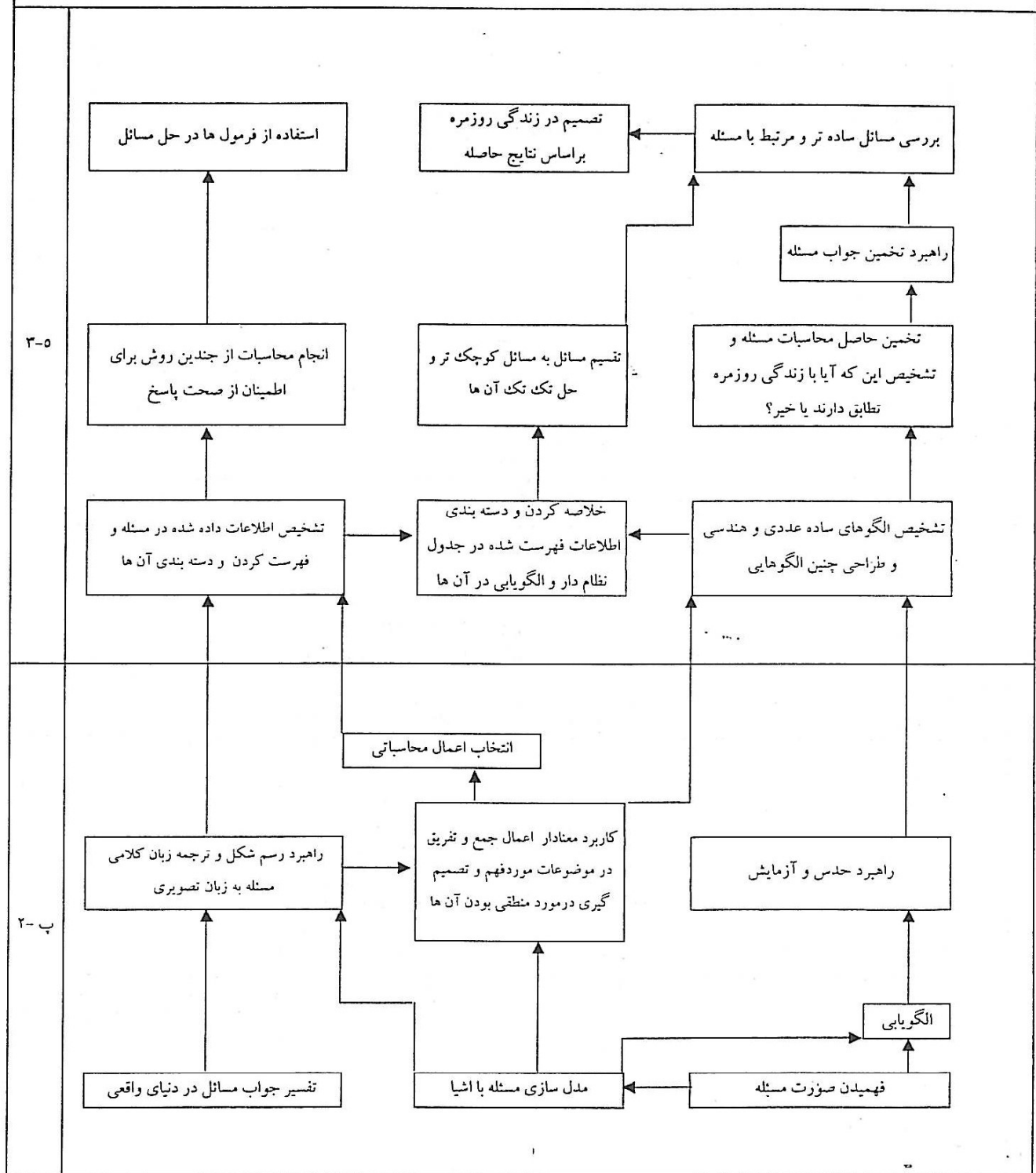


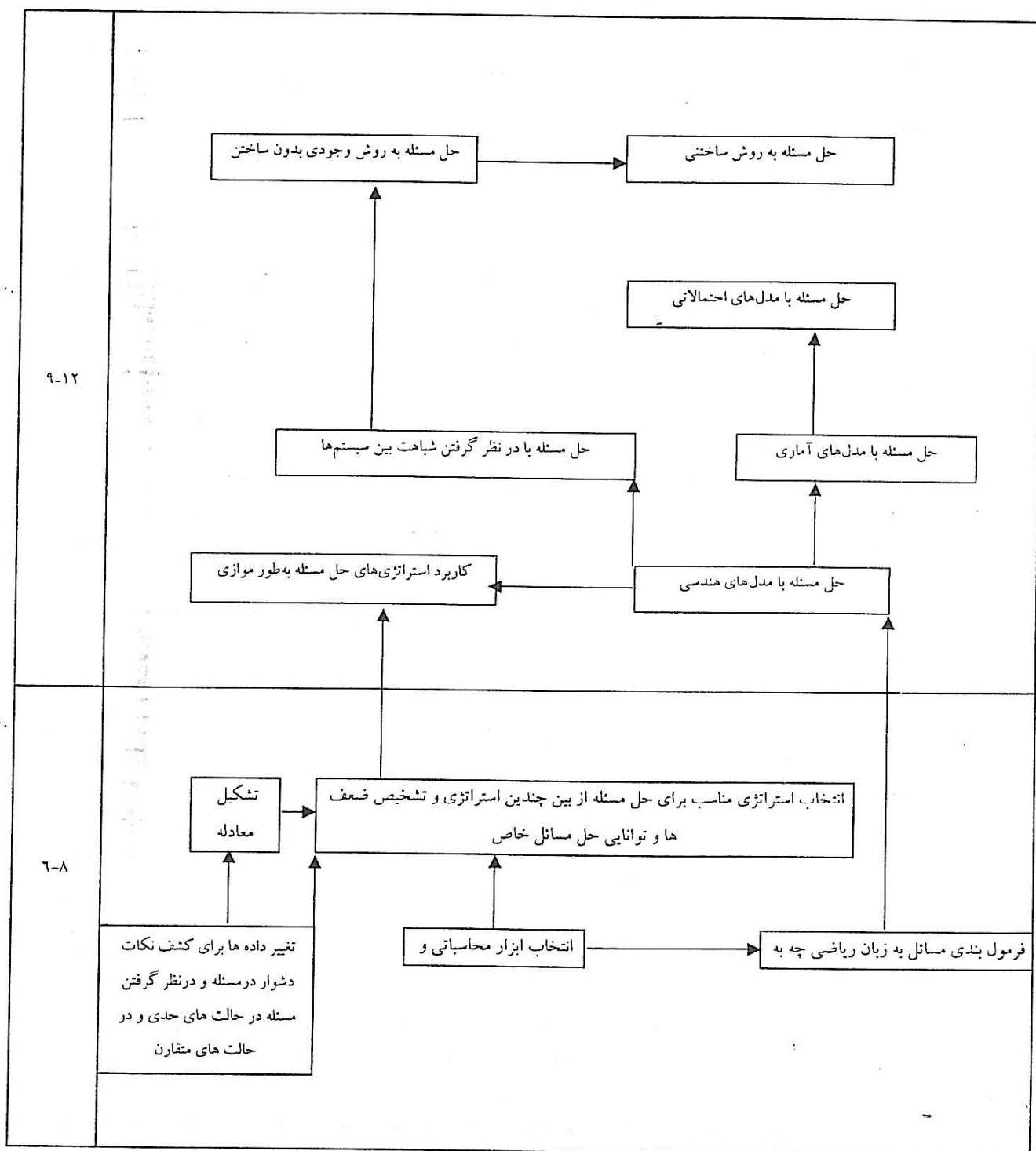
۲-۵



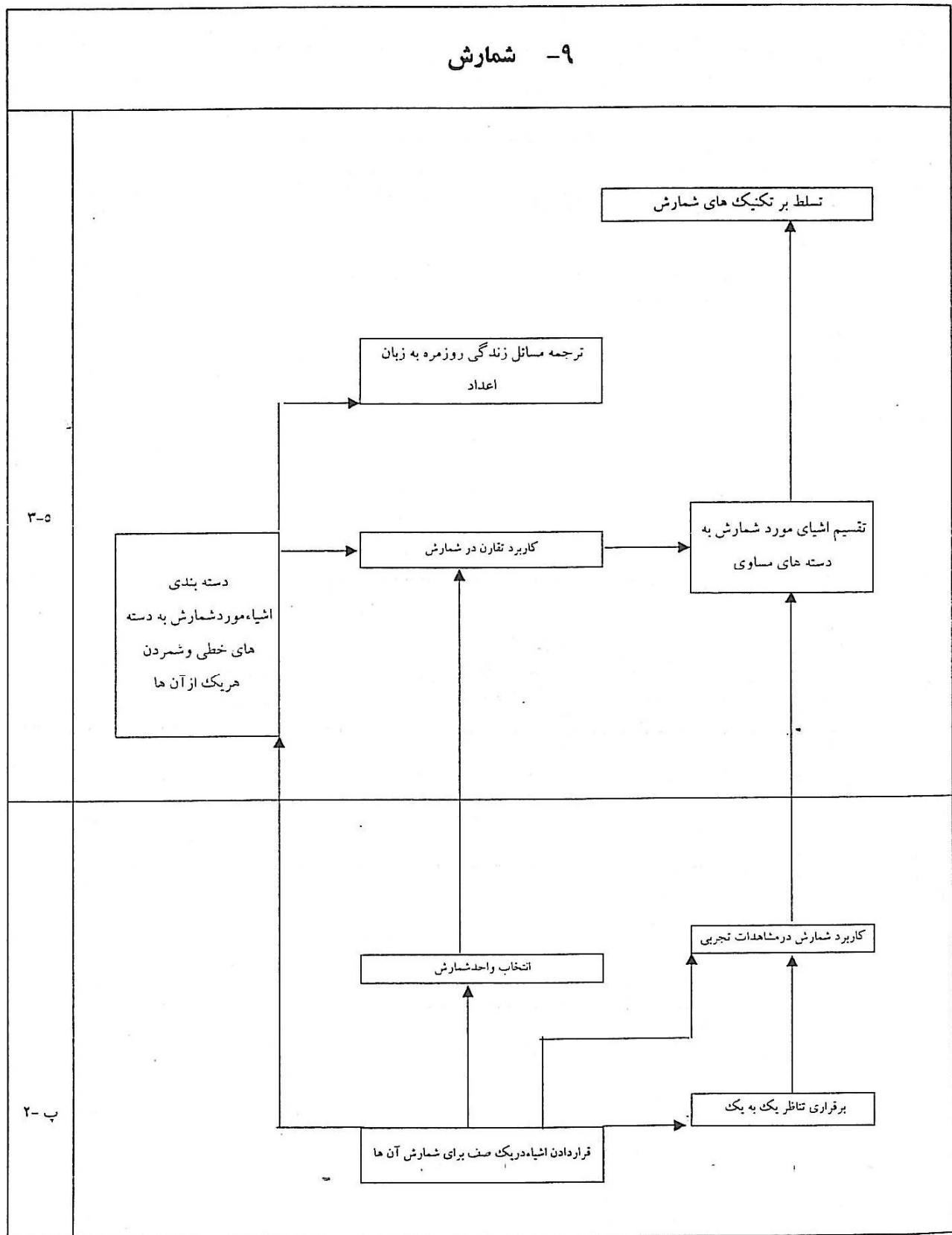


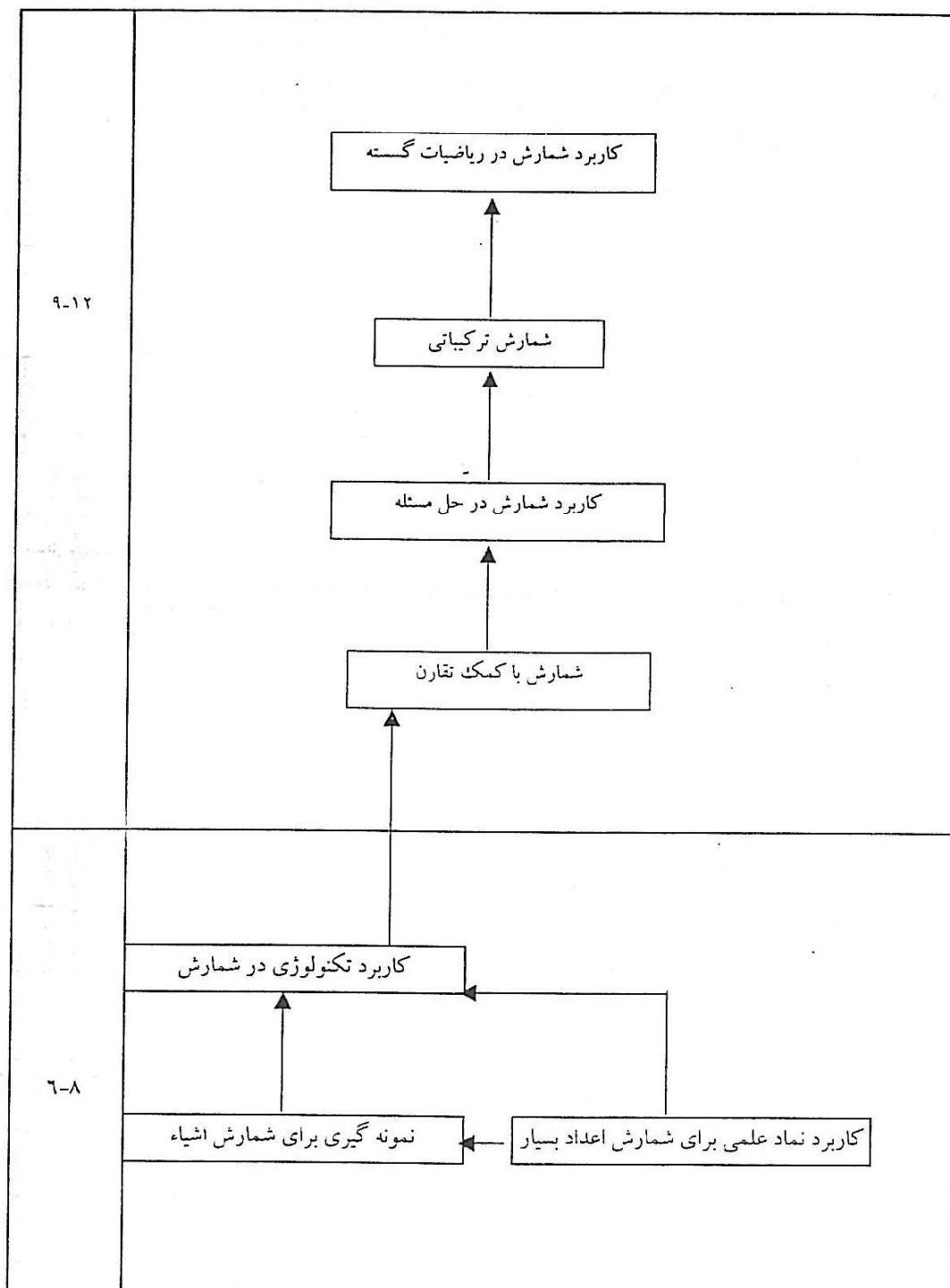
۸- حل مسئله





۹- شمارش





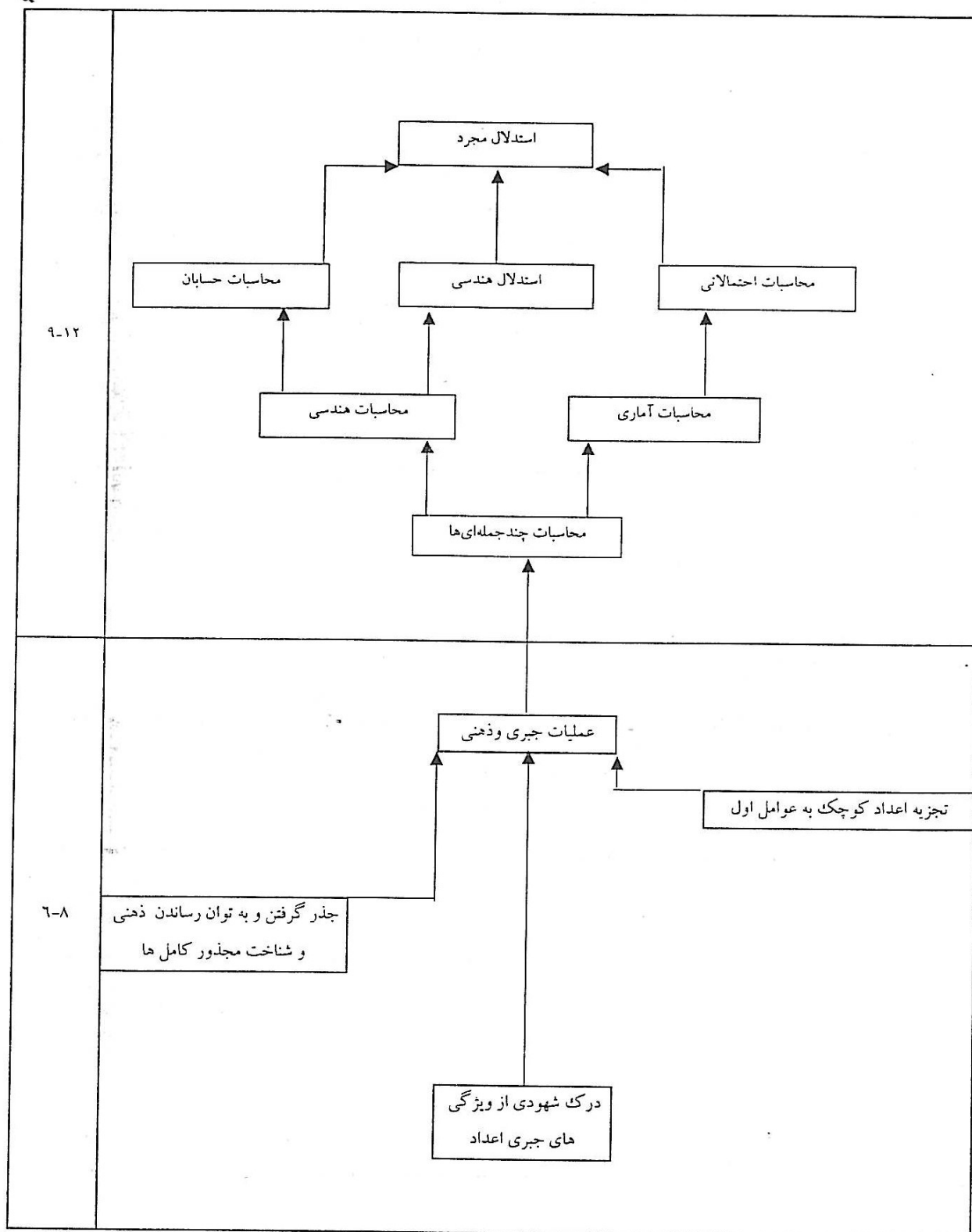
۱۰- محاسبات عددی و عملیات ذهنی

```

graph TD
    A[تقسیم های اعشاری ذهنی] --> B[ساده کردن ذهنی]
    B --> C[جمع و تفریق، ضرب و تقسیم کسر ذهنی]
    C --> D[تقسیم دورقمی بر یک رقمی به طور ذهنی]
    D --> E[ضرب یک رقمی در دو رقمی به طور ذهنی]
    D --> F[جمع اعداد دورقمی به طور ذهنی]
    E --> G[تقسیم های اعشاری ذهنی]
    F --> H[بیان استراتژی های محاسبات ذهنی و اثبات با ابطال درستی آنها]
    H --> I[آزمون محاسبات با انجام آن از طریق چند استراتژی]
    J[تصویرسازی ذهنی] --> K[محاسبات عددی با استفاده از تفکر تصویری]
    K --> L[جمع اعداد دورقمی و یک رقمی به طور ذهنی]
    L --> M[انجام معکوس عملیات ذهنی]
    L --> N[محاسبات ذهنی با استراتژی های مختلف]
    M --> O[تقسیم دورقمی بر یک رقمی به طور ذهنی]
    N --> O
  
```

۳-۵

۲- پ



محتوای ریاضیات دوره ی متوسطه

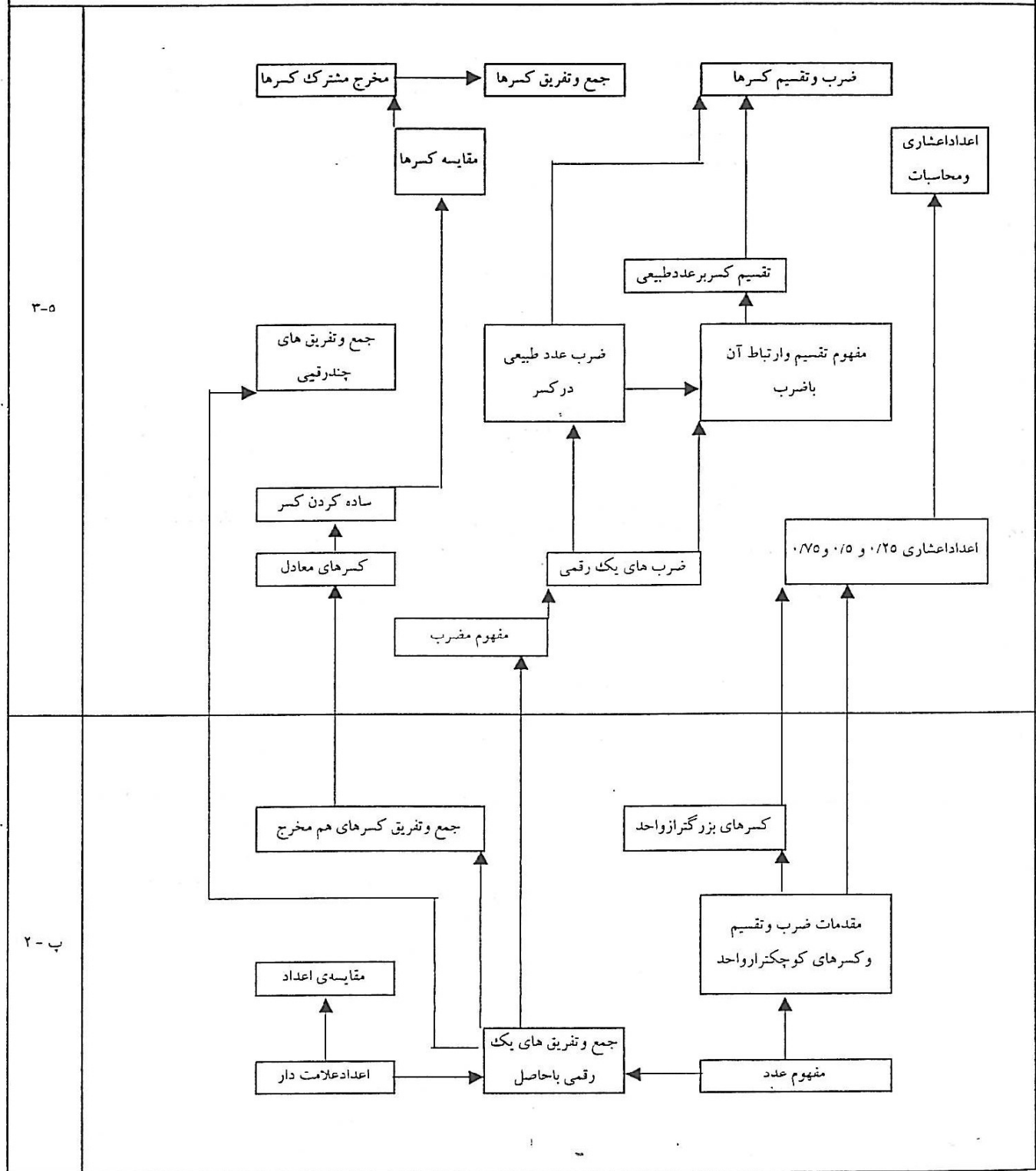
۳- آمار و احتمال	۲- جبر و نمایش نمادین	۱- نمایش عدد و محاسبات عددی
- توزیع های احتمال ساده - شاخص های پراکندگی - شاخص های مرکزی - شاخص های عددی - شاخص های هندسی - جامعه و نمونه - پیشامدهای تصادفی و محاسبات - پدیده های تصادفی - احتمال گسسته - احتمال پیوسته - فضای نمونه - احتمال هم شانس و غیر هم شانس - احتمال دو جمله ای - قوانین احتمال - پیشامدهای مستقل و وابسته	- جبر مجموعه ها - ترتیب اعمال جبری - محاسبات ترکیباتی - قدر مطلق، یک عدد - حاصل ضرب دکارتی - ساده کردن کسرها و توابع گویا - رابطه ی هم ارزی و افزاز - ویژگی های اعمال جبری در اعداد حقیقی - قانون حذف در اعداد حقیقی - رابطه ی ترتیب در اعداد حقیقی - قوانین توان ها در ضرب و تقسیم و جمع و تفریق - محاسبات مثلثاتی - محاسبات رادیکالی - محاسبات نهایی و لگاریتمی - ثابت و متغیر - دینفرانسیل - اتحادها و تجزیه - معادله و حل معادلات و حل دستگاه معادلات - چند جمله ای های چند متغیر و محاسبات - توابع گویای چند متغیر و محاسبات - مشتق گیری و انتگرال گیری نمادین - درجه ی معادلات - نامعادلات و حل دستگاه نامعادلات - حد گیری نمادین	- دستگاه های شمار و اعداد صحیح - نمایش عدد در زبان کامپیوتر - نماد علمی - خطا و تقریب - گرد کردن و محاسبه با اعداد گرد شده - اعداد گویا و نمایش های مختلف و محاسبات - ماتریس ها و محاسبات - چند جمله ای ها و محاسبات - توابع گویا و محاسبات - توان های طبیعی، صحیح، صفر و کسری - بردارها و محاسبات - ماتریس و ماتریس های وارون پذیر و دترمینان

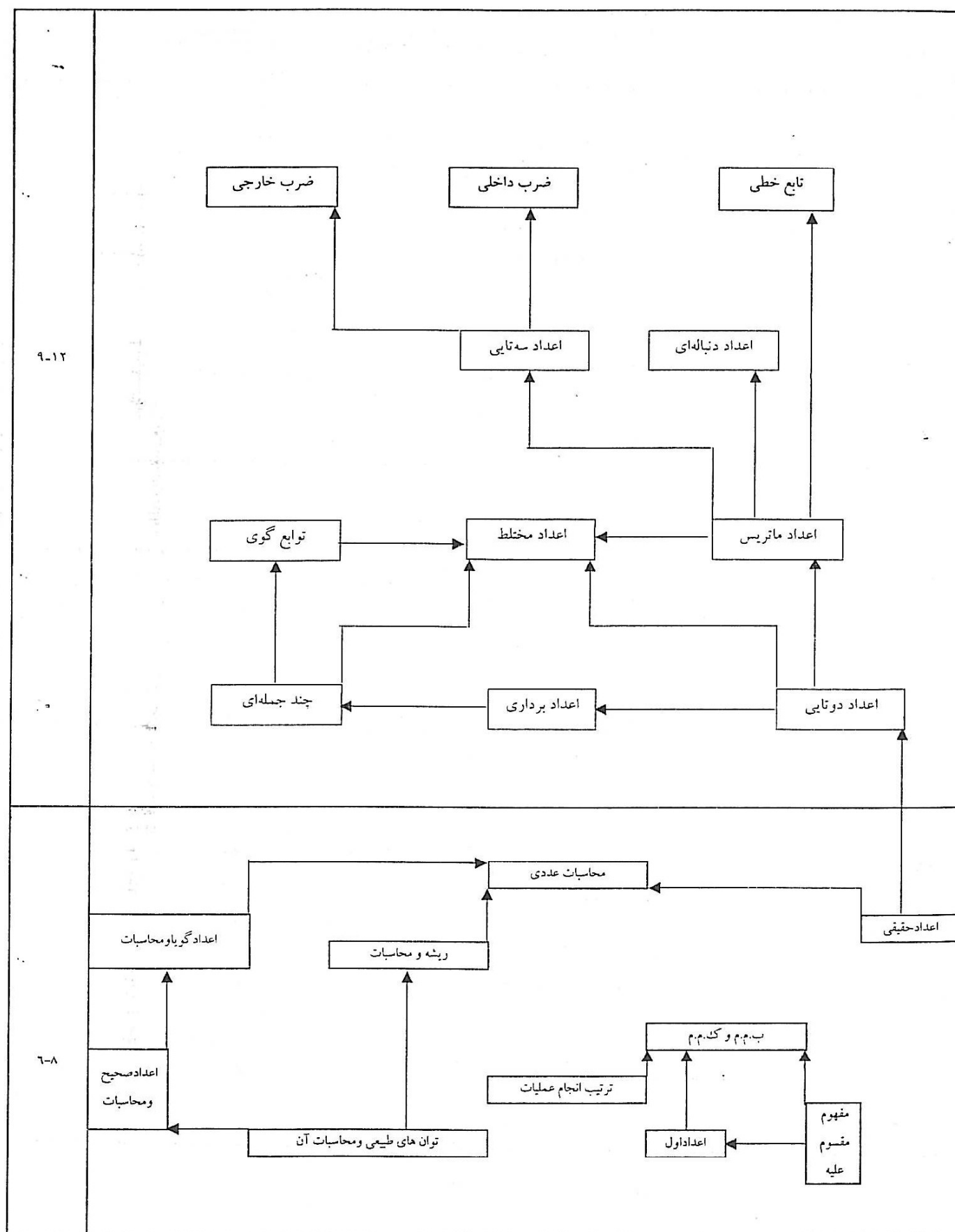
۶- الگوهای هندسی و عددی	۵- اقتصاد ریاضی	۴- نسبت، نرخ، تناسب
- نمودار تابع - دنباله - مشتق و انتگرال هندسی - تصاعد حسابی - تعمر و تحدب - تصاعد هندسی - ماکزیمم و مینیوم، نقطه‌ی عطف - رشد نمایی - کیفیت‌های وابسته - رشد چند جمله‌ای - آهنگ تغییر - رشد خطی - مماس - تغییر پیوسته اشکال هندسی - بازه‌ها - مجانب‌ها - الگوریتمی هندسی در دنباله‌های عددی - حد با کمک الگوهای هندسی - گراف - مشتق با کمک الگوهای هندسی - انتگرال با کمک الگوهای هندسی - سری هندسی - نامادلات - دنباله‌ها و سری‌ها و محاسبات - دنباله‌های کراندار و یکپارخت - همگرایی و واگرایی - همبستگی و رابطه‌ی هم‌ارزی	- تبدیل واحد پول - محاسبات مالیات، حقوق، قرض - سود ساده - سود مرکب - سود پیوسته - محاسبه مخارج شخصی	- تشکیل معادله - تالس در صفحه - تالس در فضا - نسبت دو تابع - تشابه - توابع خطی - نسبت حجم‌ها - نسبت مساحت‌ها - نسبت طول‌ها

۸- هندسه تبدیلات	۷- هندسه مسطحه و فضائی
- تصویر کردن (قائم) در صفحه یا فضا - تغییر مکان‌ها (انتقال، تقارن، دوران) در صفحه یا فضا - تجانس - تقارن (تقارن محوری، مرکزی) - نگاشت - تبدیل خطی	- قضیه ی تالس - تشابه - قضیه فیثاغورث - روابط متری در مثلث و دایره - سطح و حجم اشکال هندسی ساده - ترسیمات با خط کش و پرگار - مدل سازی هندسی با اشکال ساده ی هندسی - تساوی اشکال هندسی - اشکال و احجام هندسی ساده - مکان هندسی - زاویه و اجزاء دایره

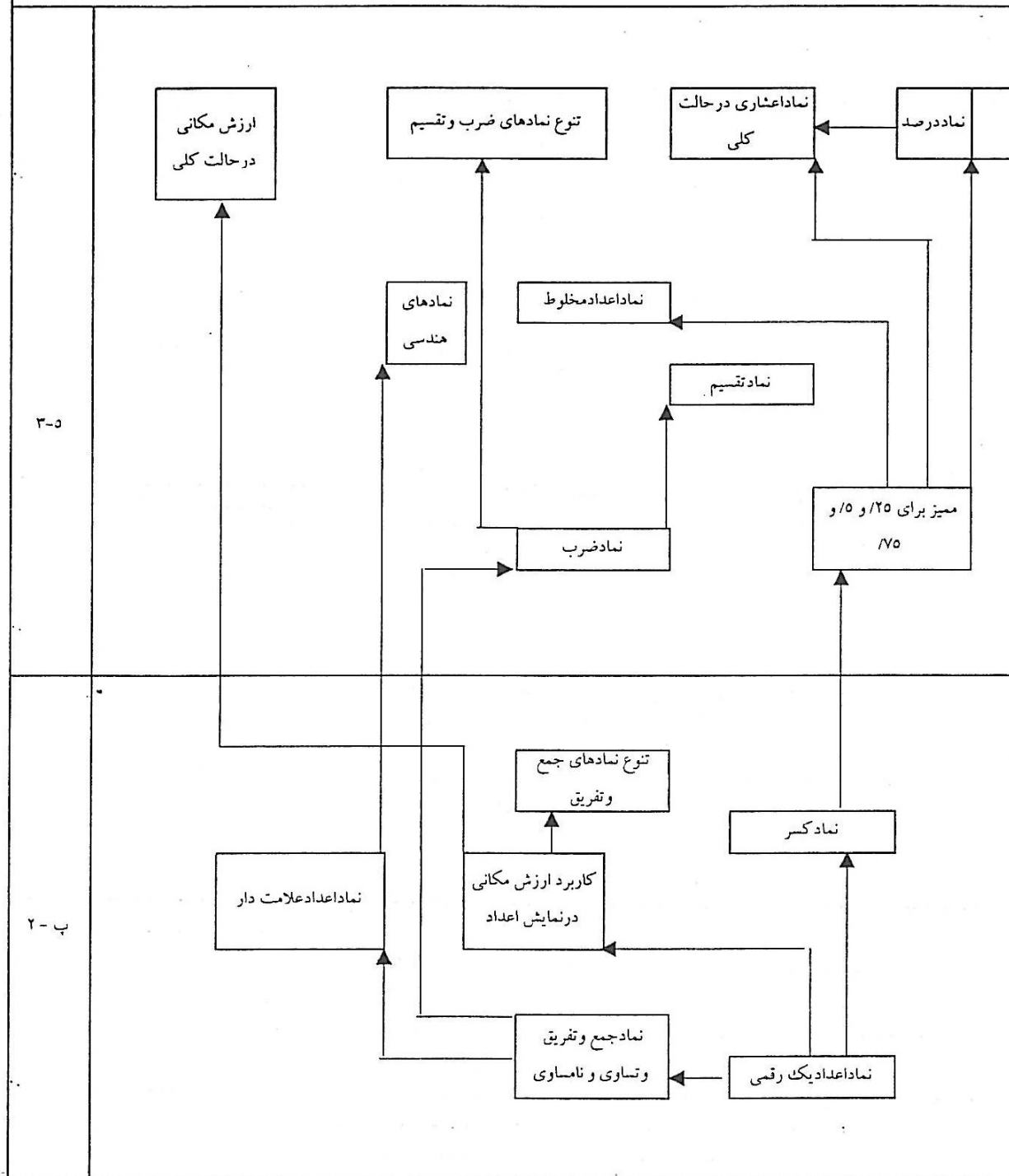
۱- تابع و مفهوم متغیر	۹- بردار، هندسه تحلیلی
- توابع خطی - توابع چند جمله‌ای - توابع هموگرافیک - توابع گویا - تابع ضمنی - توابع هموگرافیک - ترکیب توابع - تابع قدر مطلق - تابع متناوب - تابع جزء صحیح - تابع ثابت - تابع چند ضابطه‌ای - توابع مثلثاتی - توابع صعودی و نزولی - توابع رادیکالی - توابع زوج و فرد - تحلیل تغییر - ماکزیمم و مینیمم - تابع معکوس - مشتق - حد بی‌نهایت - انتگرال معین و نامعین - قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال - توابع نمایی و لگاریتمی - انتقال محورهای قرینه‌یابی - پیوستگی و حد چپ و راست	- مفهوم معادله منحنی یا شکل - معادلات خط و صفحه و دایره و بیضی - معادلات درجه‌ی دوم و مقاطع مخروطی - مدل‌سازی هندسی توسط کامپیوتر - تغییر مختصات و تبدیلات تحلیلی - تنوع دستگاه‌های مختصات - بردار یکه - مکان هندسی - IR^2, IR^3 - ضرب داخلی و خارجی - ضرب سه گانه - معادله خط و صفحه - فاصله‌ی نقطه از خط و صفحه - انتقال و دوران محورهای مختصات

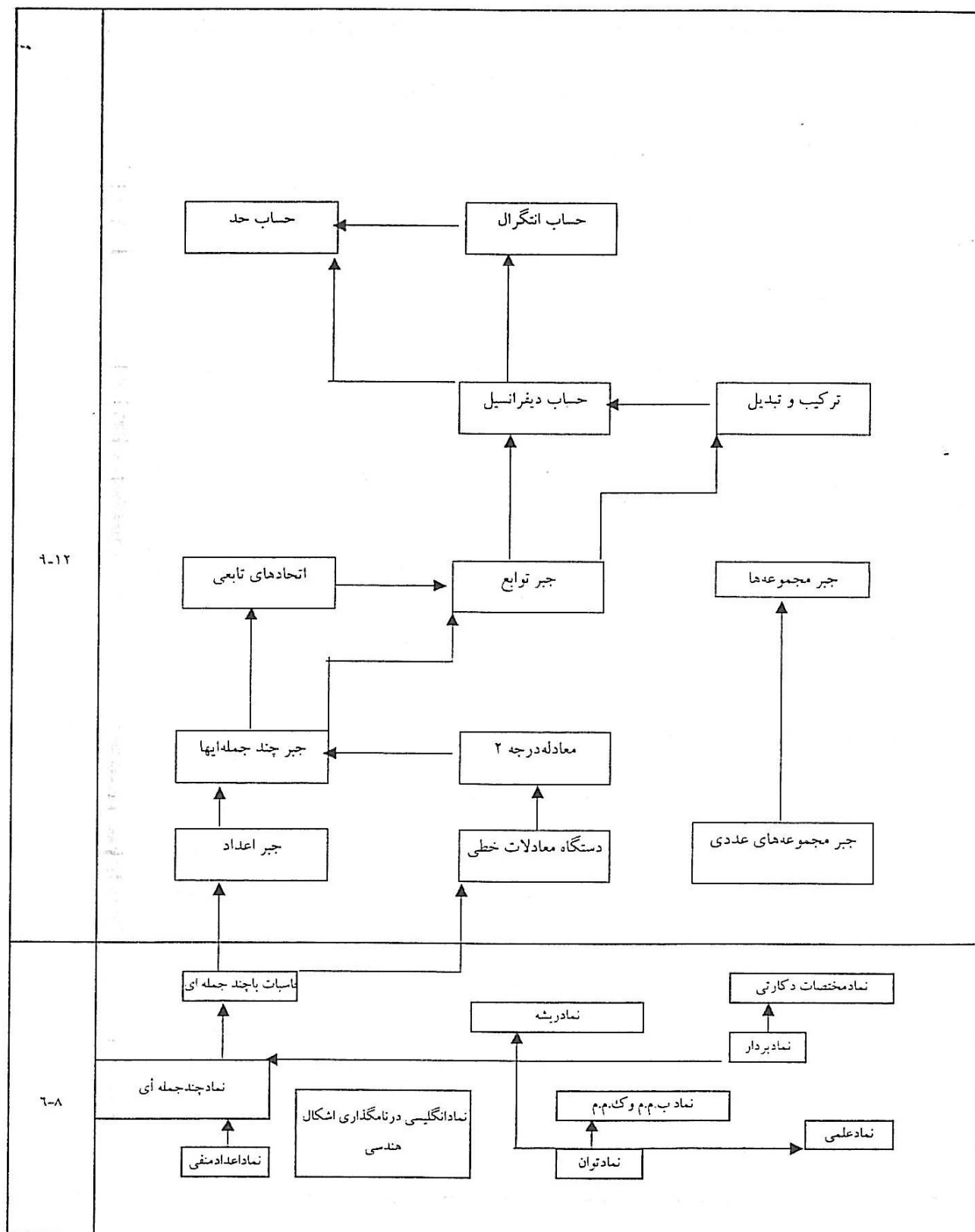
۱ - نمایش عدد و محاسبات عددی



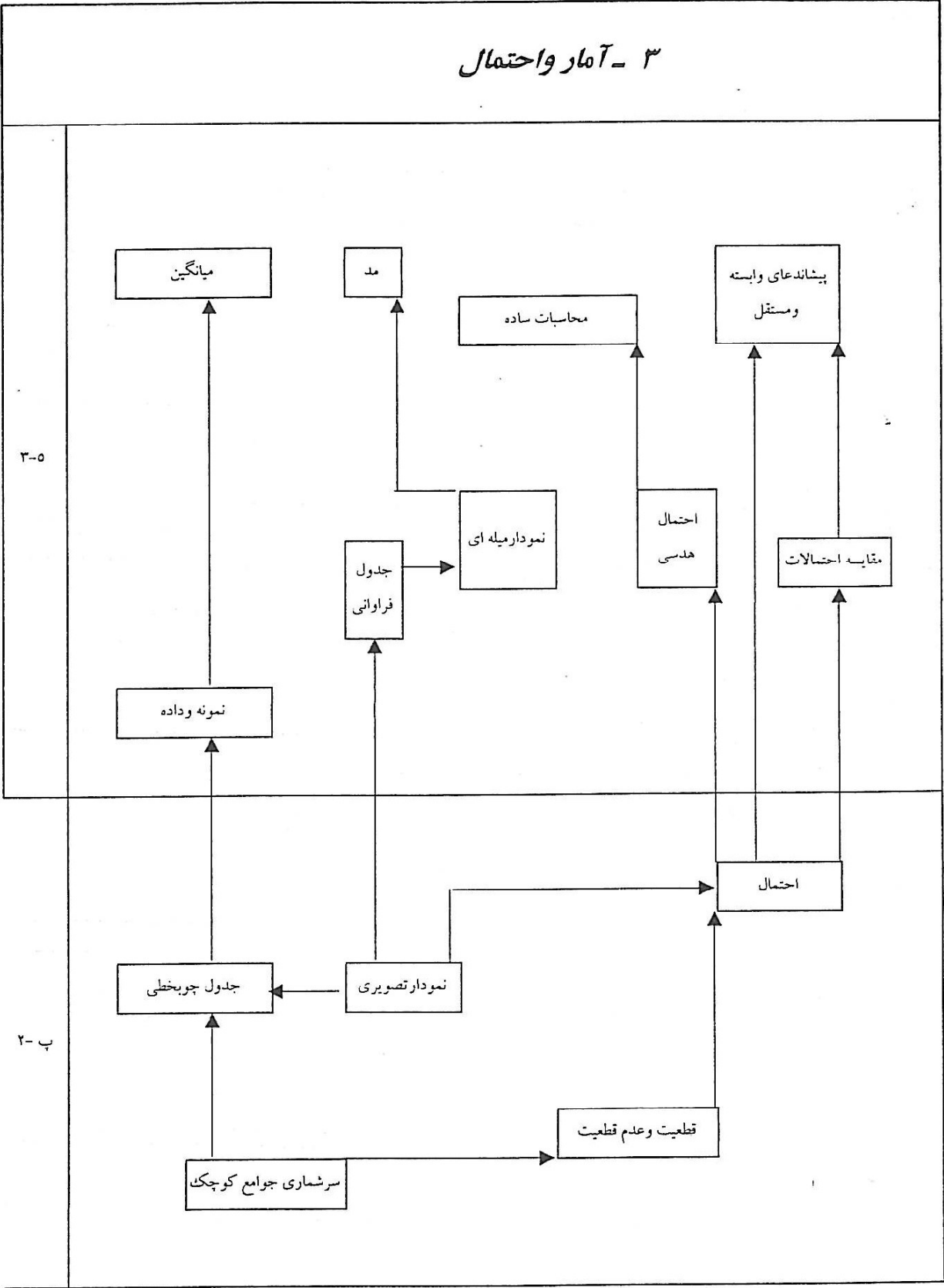


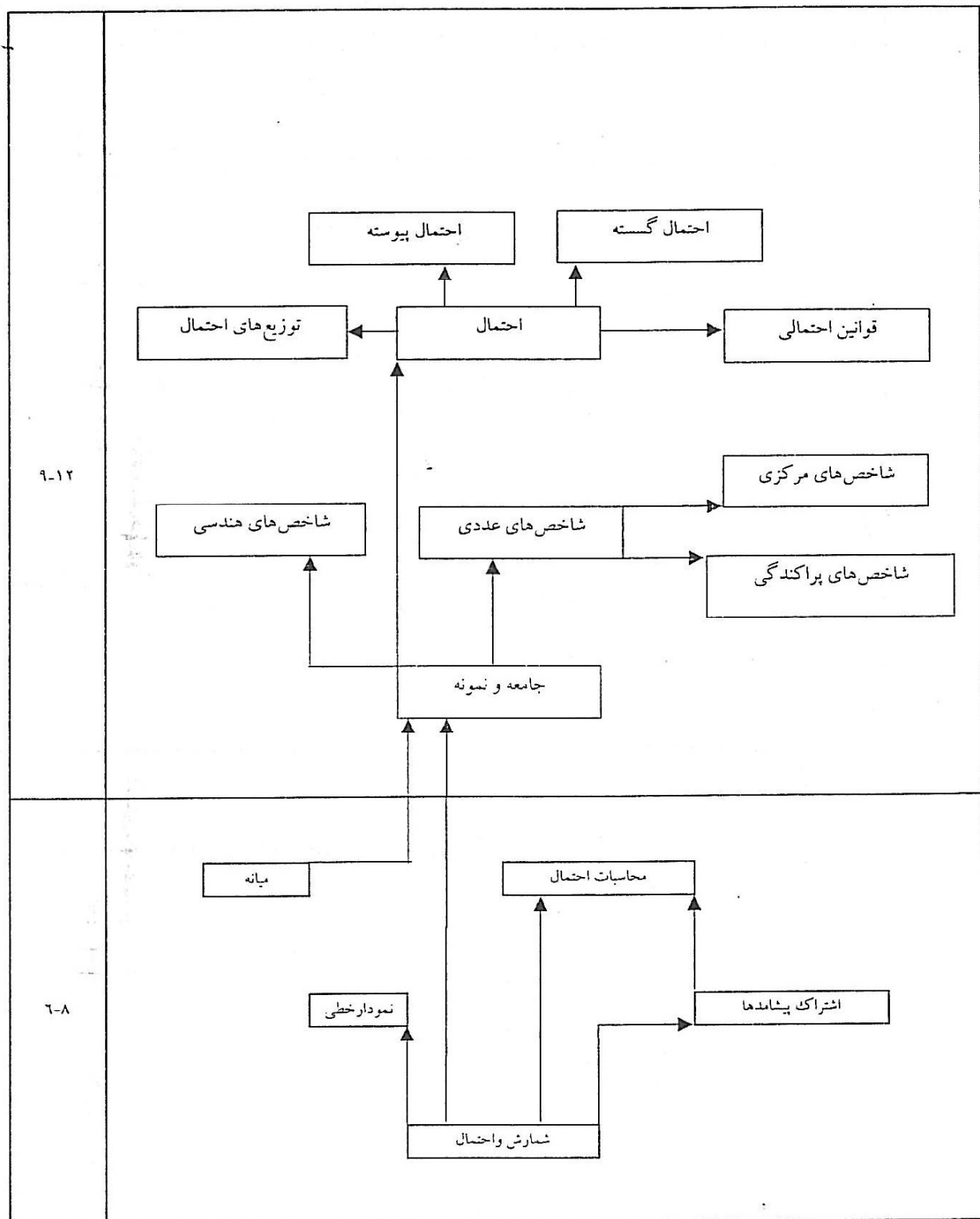
۲ - جبر و نمایش نمادین



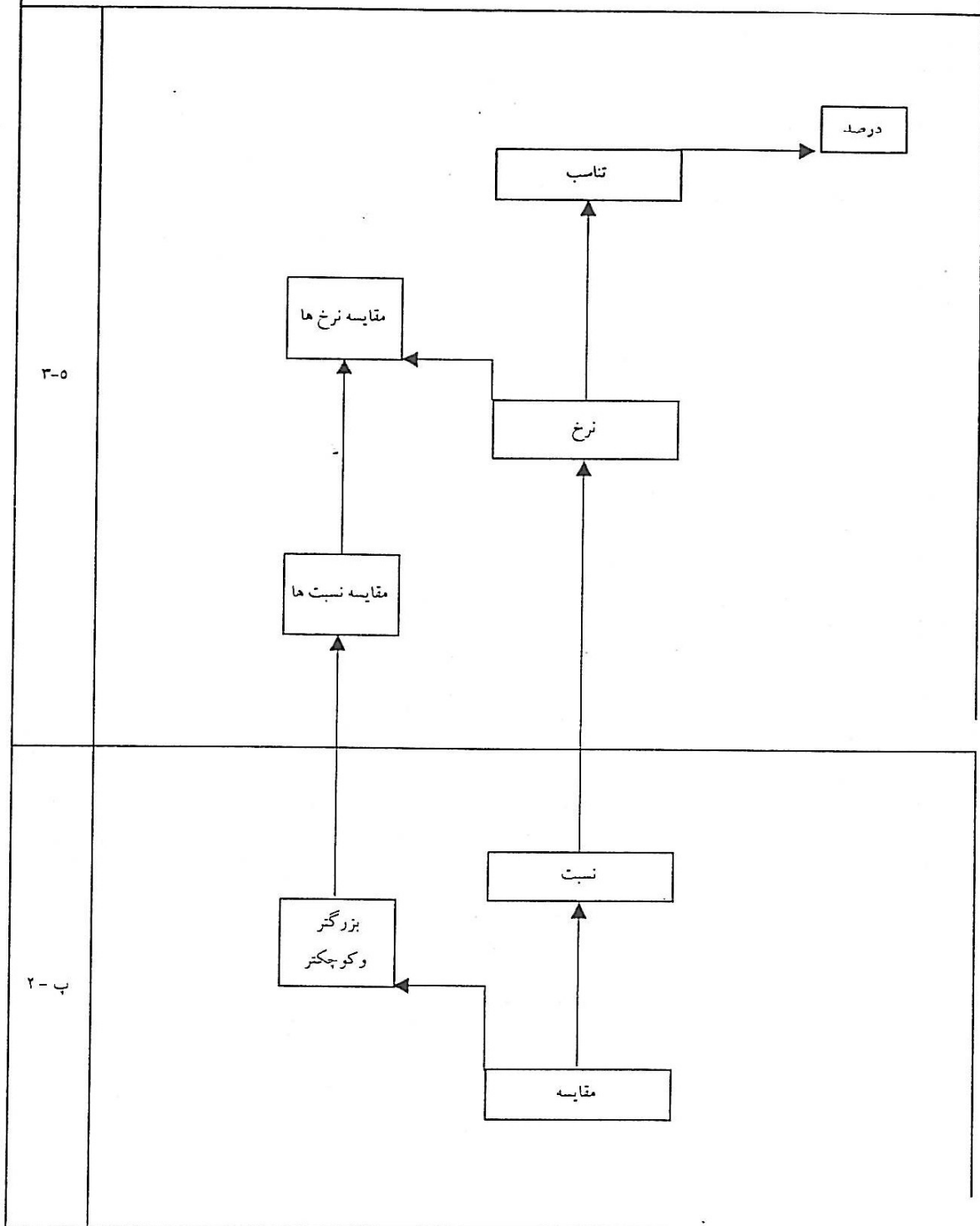


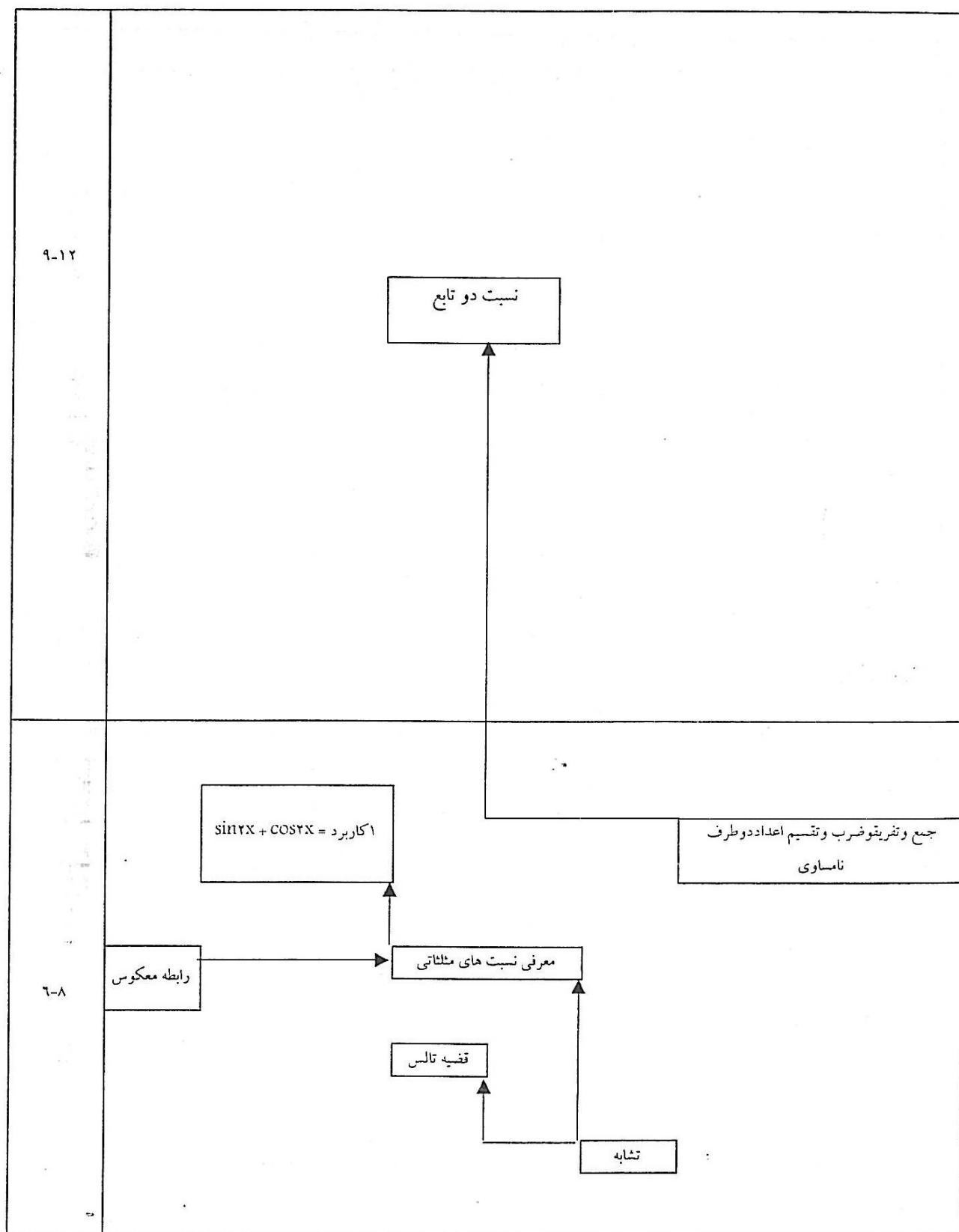
۳ - آمار واحتمال



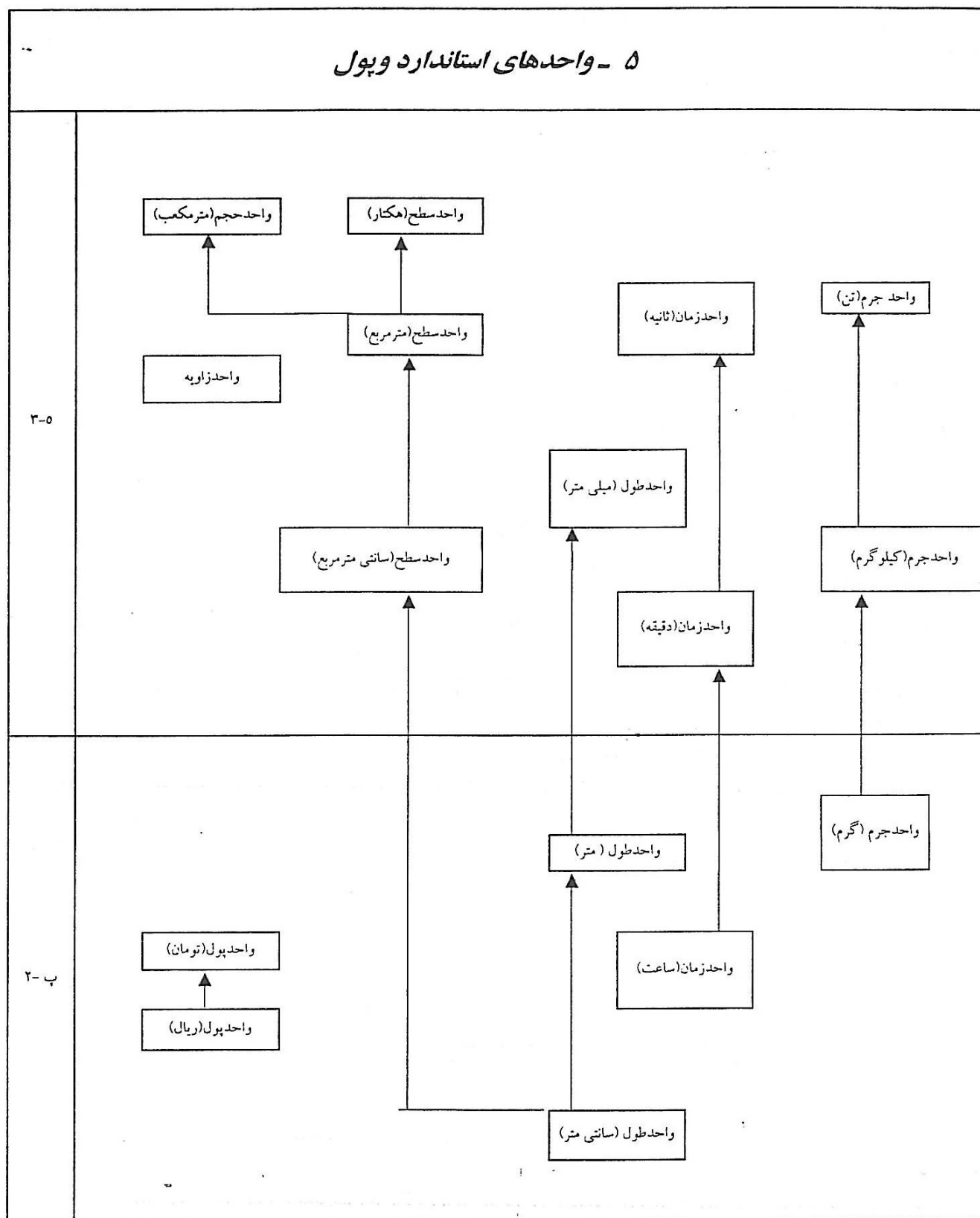


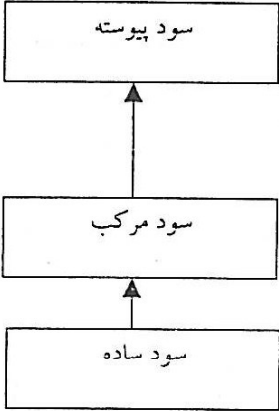
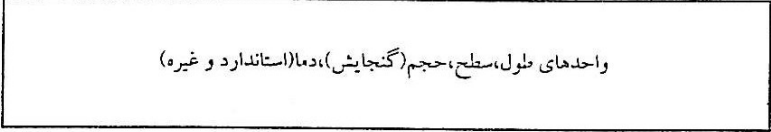
۴ - نسبت، نرخ، تناسب



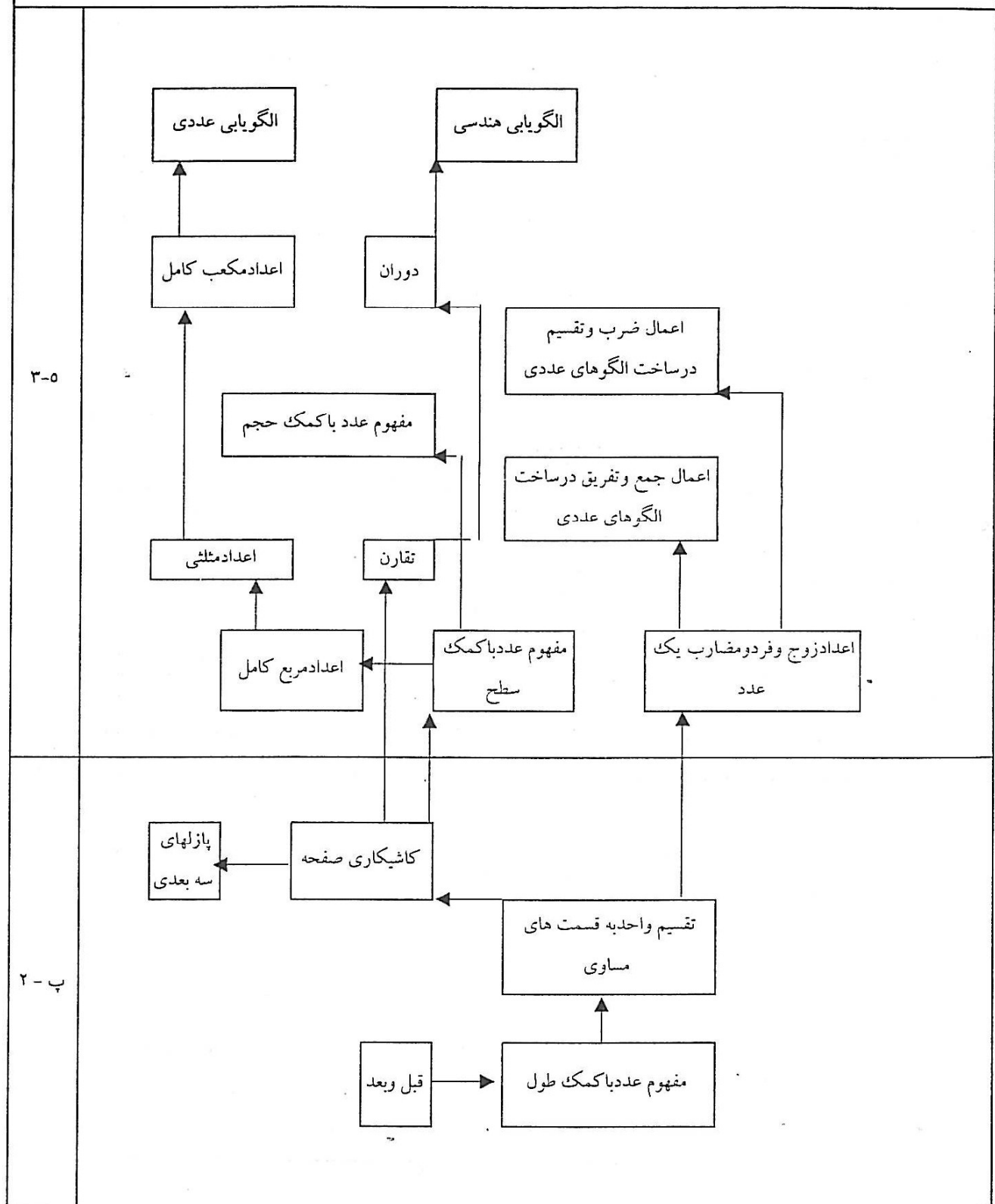


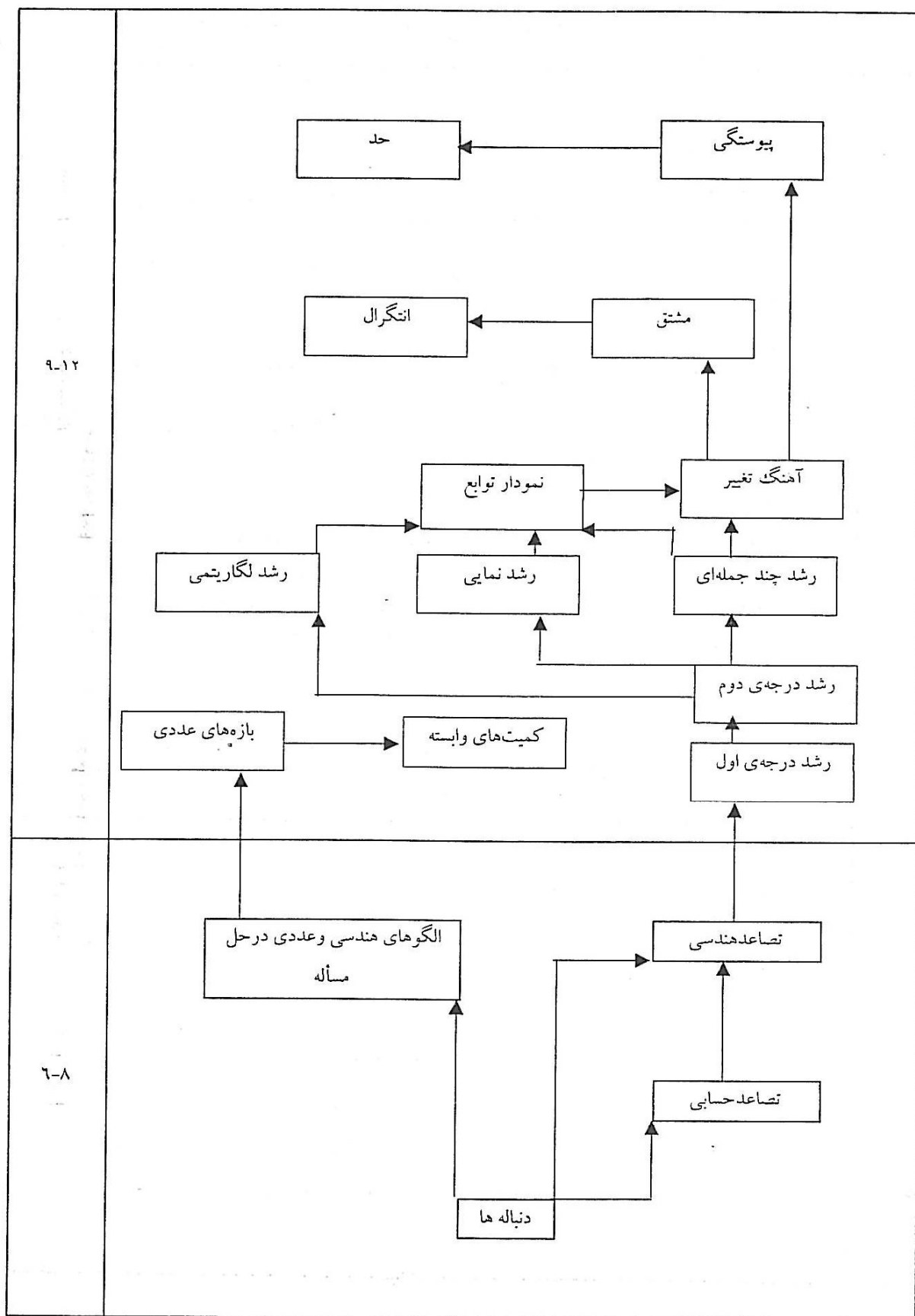
۵ - واحدهای استاندارد و پول



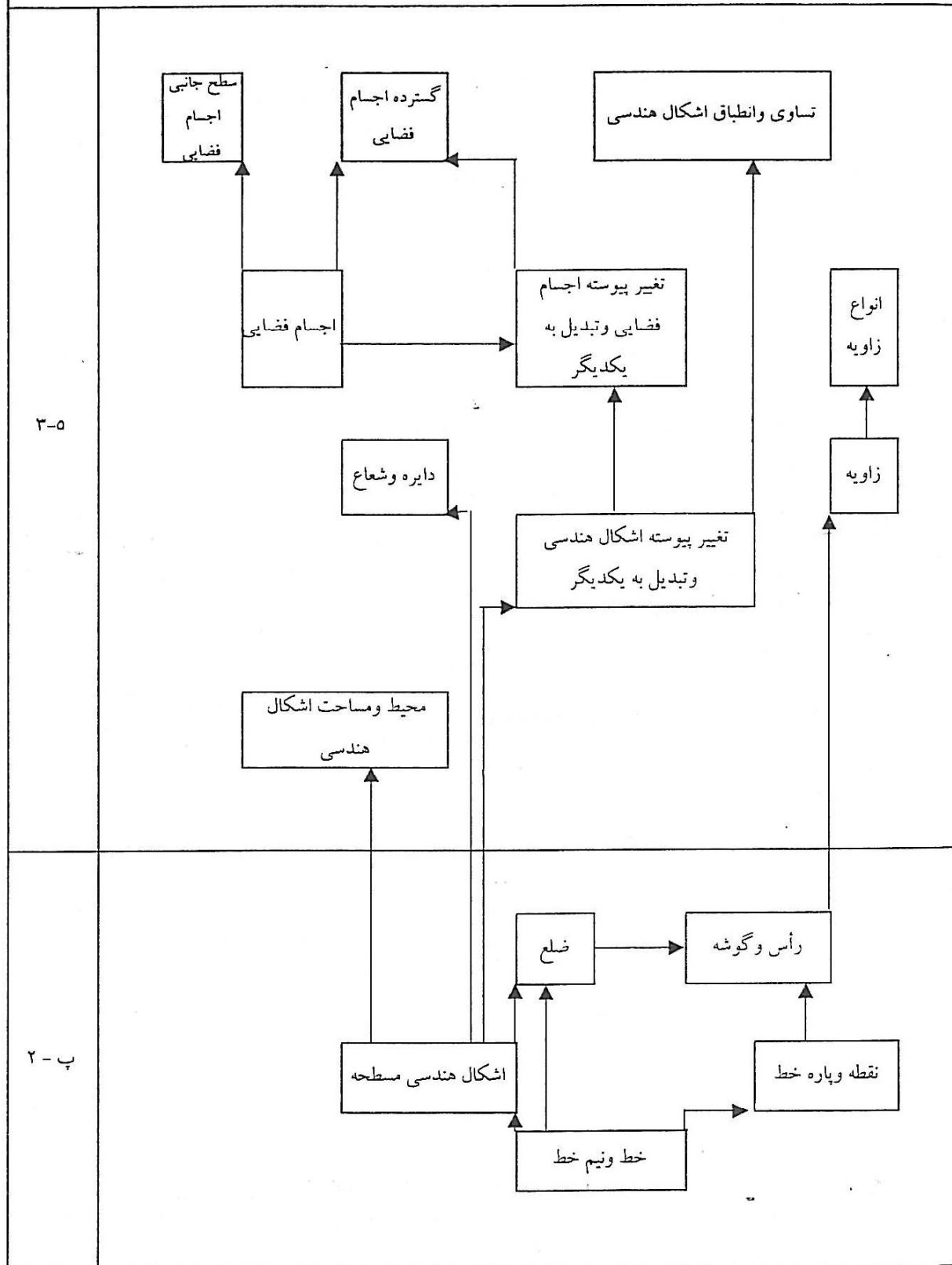
۹-۱۲	 <pre> graph BT A[سود ساده] --> B[سود مرکب] B --> C[سود پیوسته] </pre>
۶-۸	

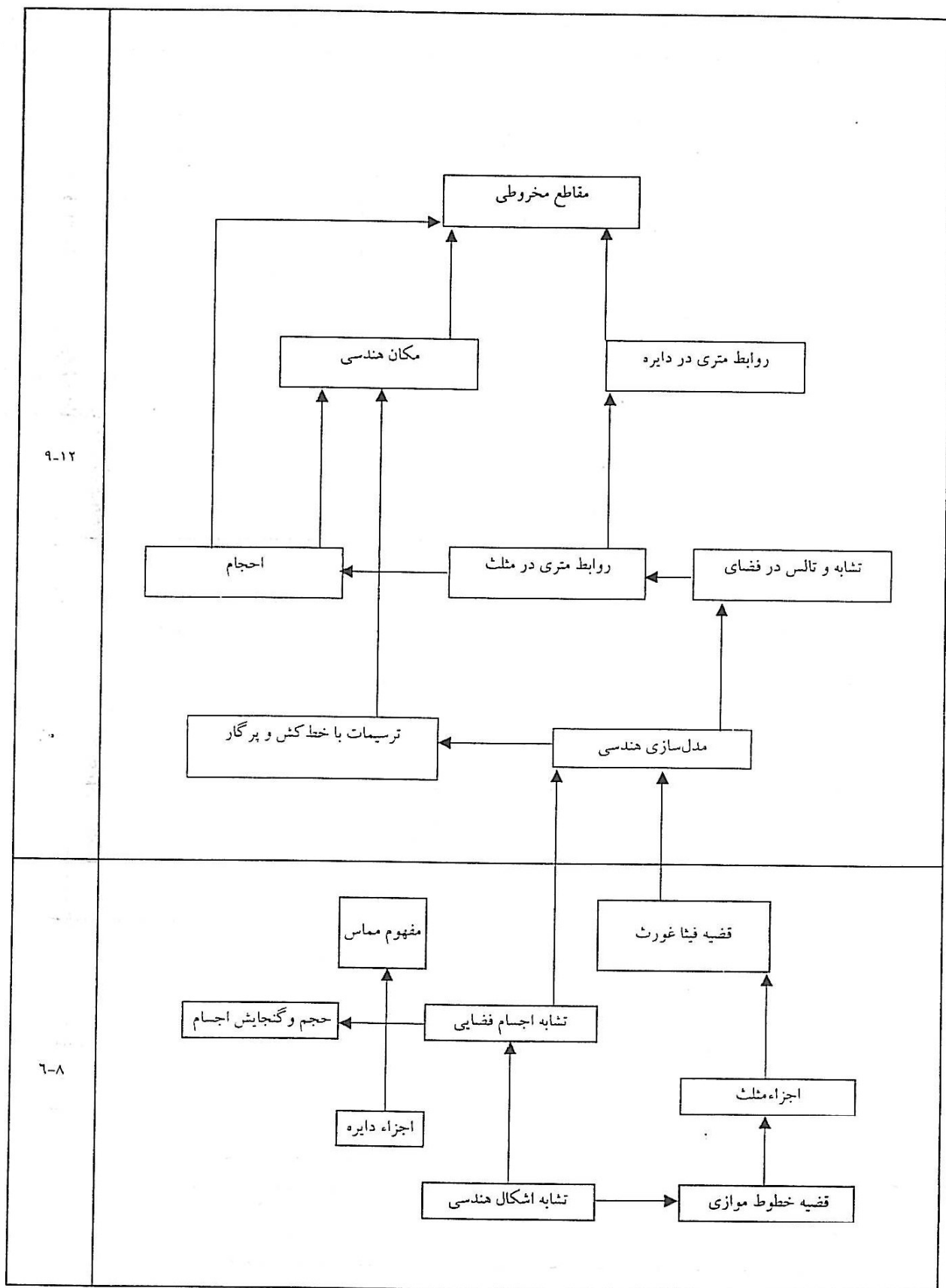
۶ - الگوهای هندسی و عددی



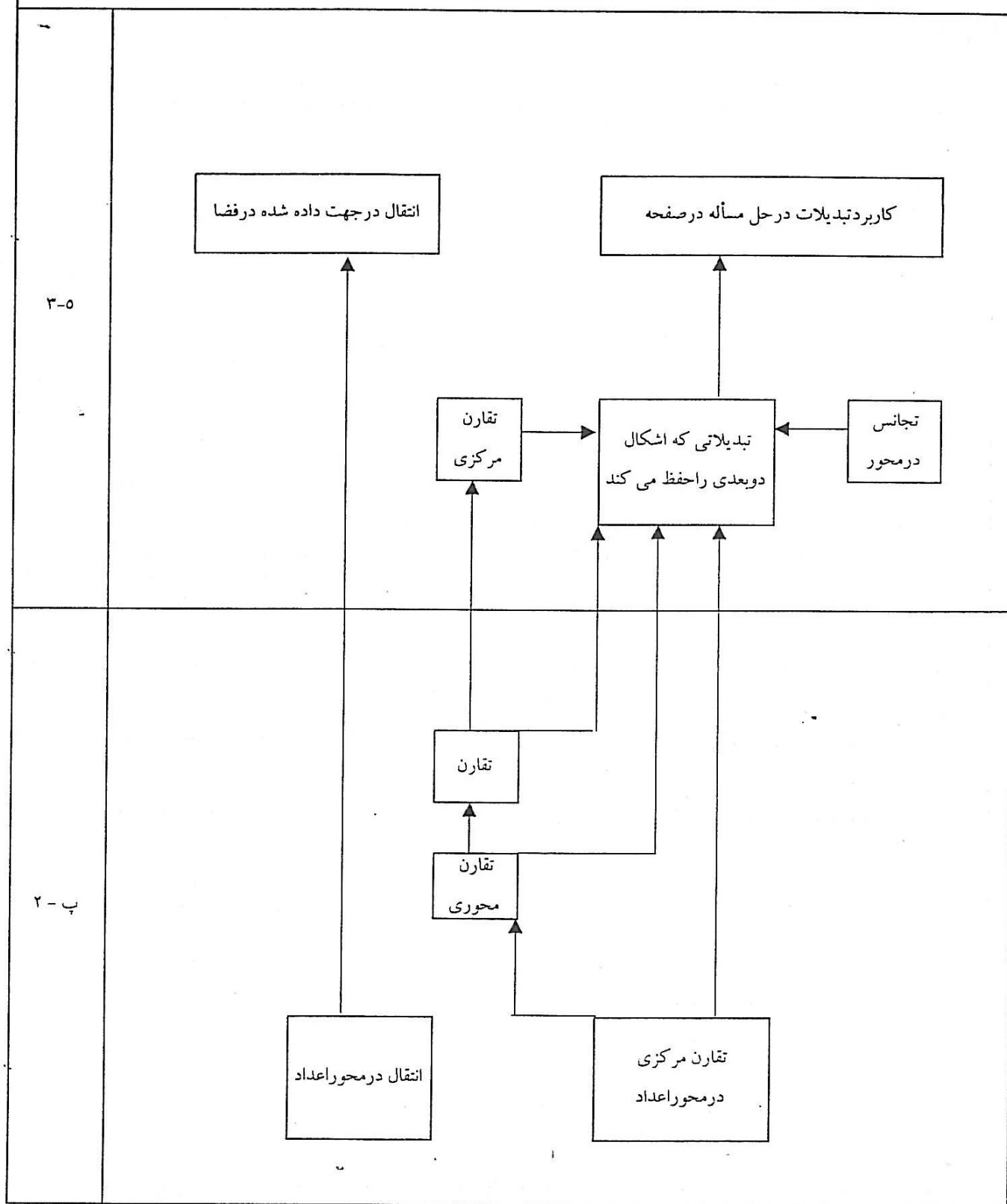


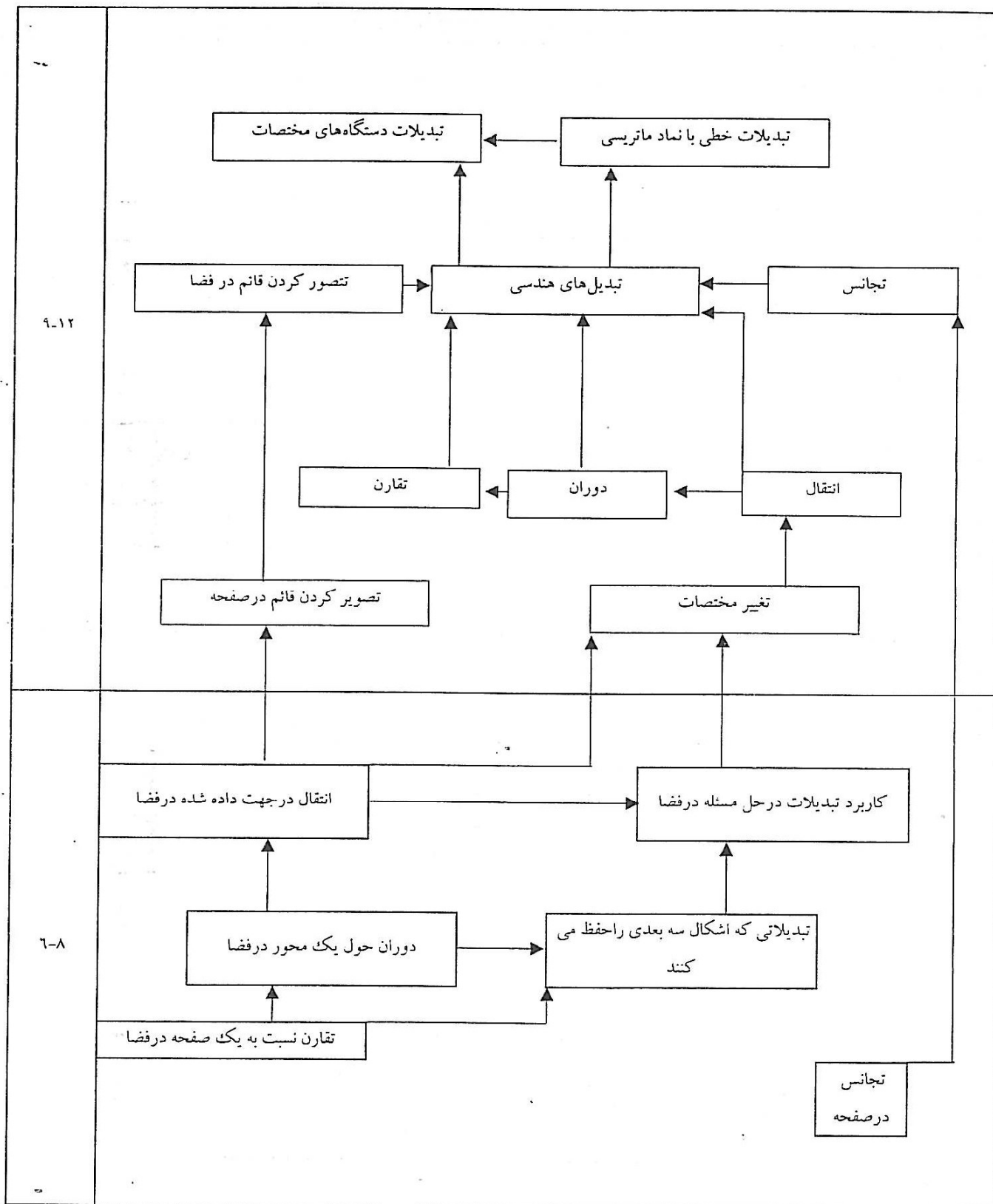
۷ - هندسه مسطحه و فضایی



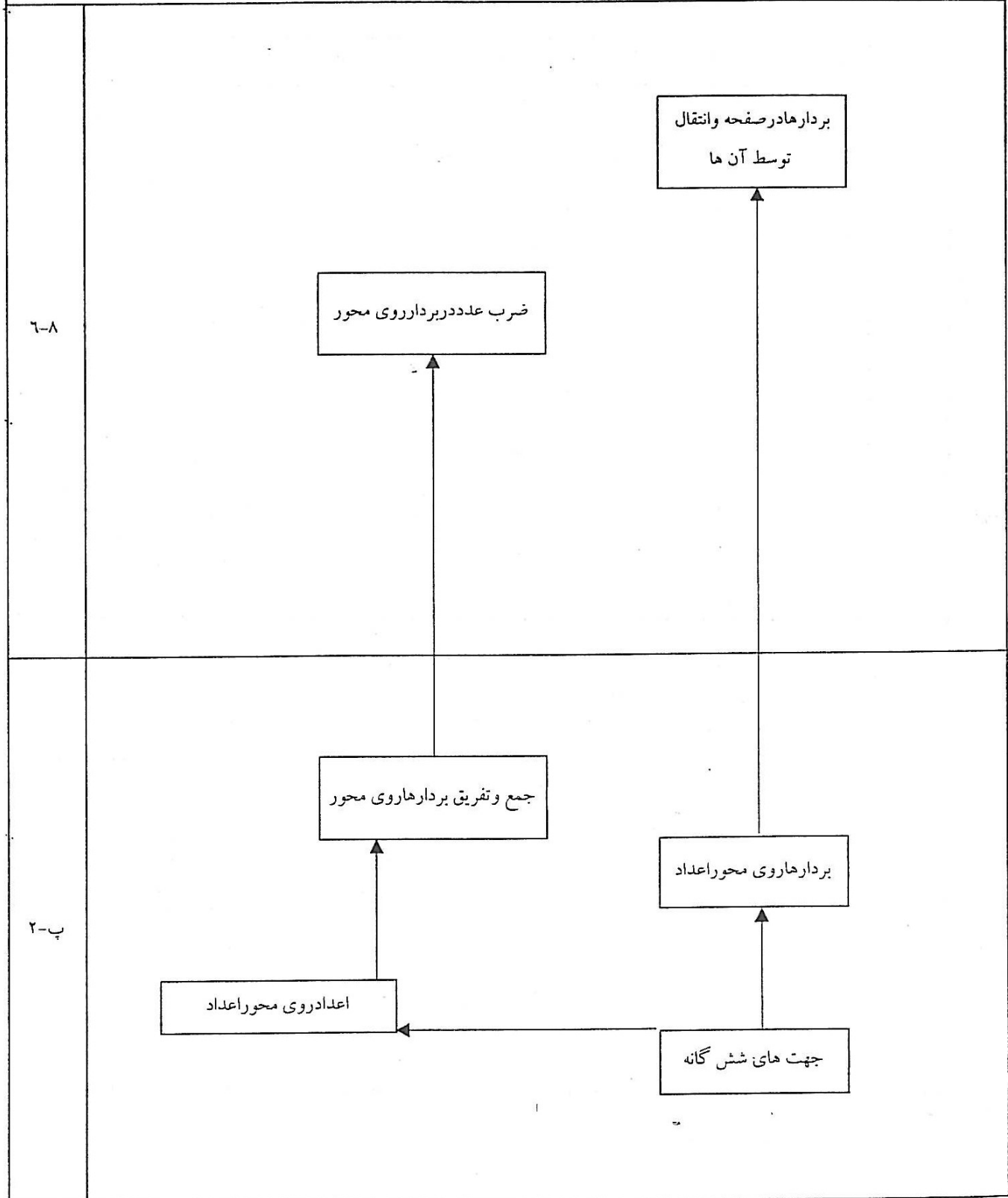


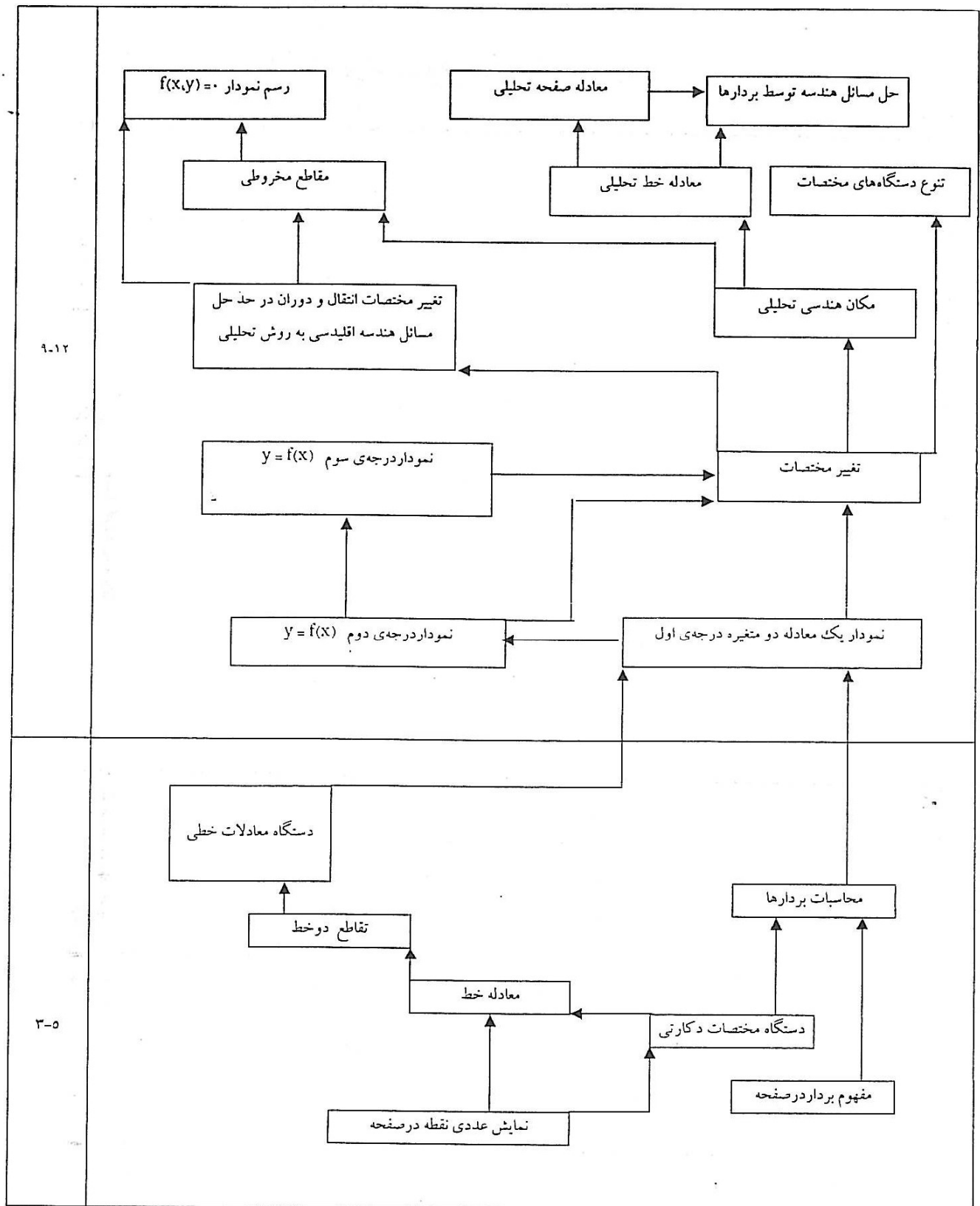
۱ - هندسه تبدیلات



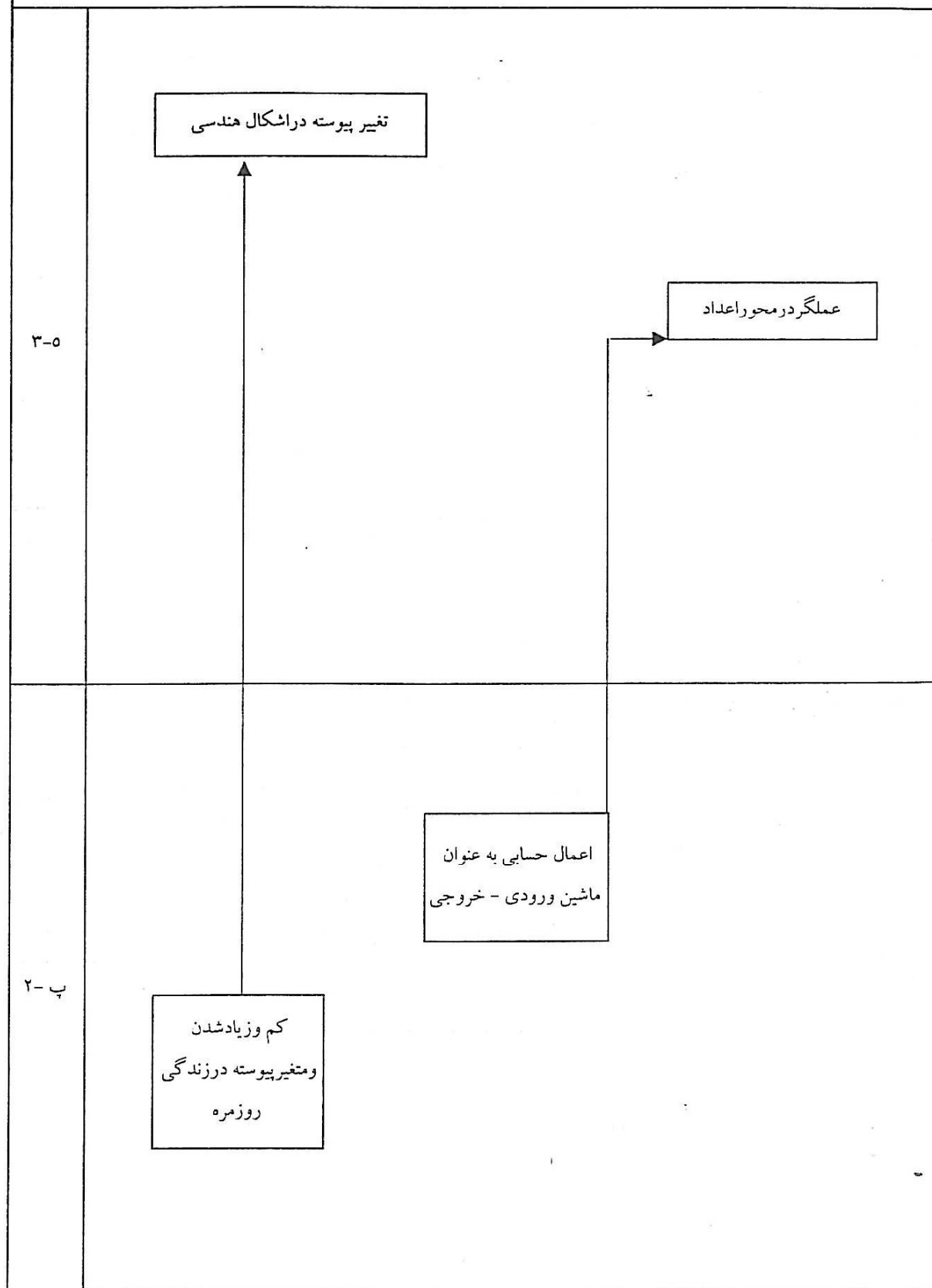


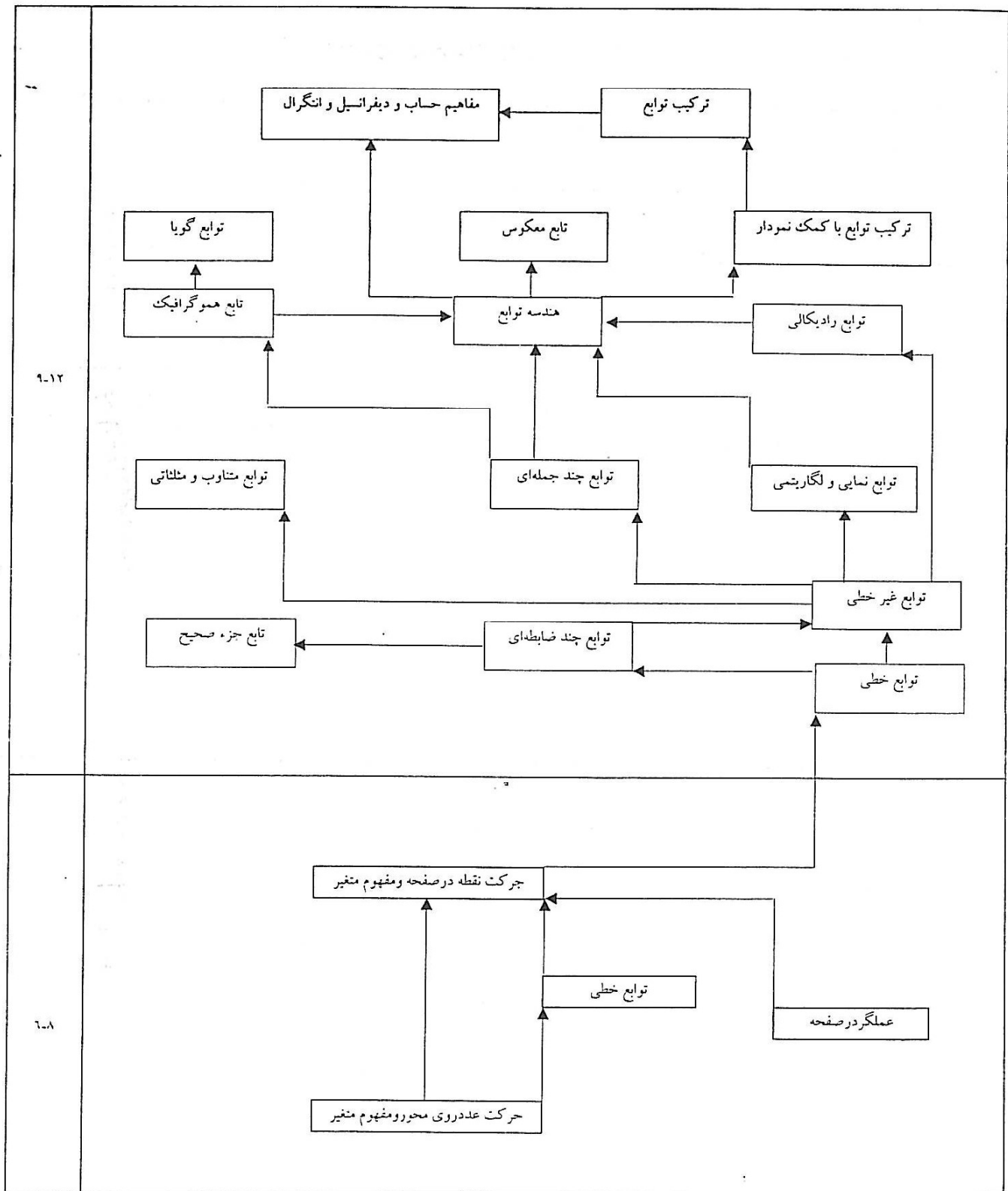
۹ - بردار، هندسه تحلیلی





۱۰ - تابع و مفهوم متغیر





جدول وسعت و توالی مهارت‌ها

1- تخمین، تقریب عددی	تخمین کیفیت‌های هندسی	فاصله مساحت حجم	تخمین کیفیت‌های فیزیکی	جرم زمان	تخمین محاسبات عددی	محدود کردن عبارت‌های جبری یافتن کران بالا و پایین محاسبه خطای منتشر شده قوت و ضعف نامساوی‌ها	کاربرد تخمین در حل مسئله	تصمیم‌گیری برای لزوم تخمین بیان روش‌های تخمین نمونه‌گیری برای تخمین آزمون درستی تخمین
9		☒ ☒ ☒		☒ ☒		☒ ☒ ☒		☐ ☐ ☐ ☒
10		☐ ☐ ☐		☐ ☐		☐ ☐ ☐		☒ ☒ ☒ ☐
11		☐ ☐ ☐		☐ ☐		☐ ☐ ☐ ☒		☐ ☐ ☐ ☐
12						☐ ☐ ☐ ☐		☐ ☐ ☐ ☐

9	تقریب عددی	تقریب عددی تا نزدیک دنیاه تقریب عددی تا دارداهای کمی تقریب به کمک مشتق	تقریب هندسی	تقریب خطی فرآیند تغییر تقریب درجه دوم فرآیند تغییر تقریب های درجات بالاتر تقریب به کمک مشتق
10				☐ ☒ ☒ ☒
11		☒ ☒		☐ ☐ ☐ ☐
12		☐ ☒ ☐		☐ ☐ ☐ ☐

2- اندازه گیری	9	☒	☒	☒	☒	☒
اندازه گیری کبته های هندسی	10	☐	☐	☐	☐	☐
انتصاب واحد اندازه گیری	11	☐	☐	☐	☐	☐
استاندارد کردن واحد	12	☐	☐	☐	☐	☐
تبدیل واحدها						
استفاده از فرمول ها و روابط						
مقایسه ای اندازه ها						
اندازه گیری کبته های فیزیکی						
تجسم شهودی از واحدها		☒	☒	☒	☒	☒
تعیین ابزار اندازه گیری		☐	☐	☐	☐	☐
محاسبه ای خطای اندازه گیری		☒	☒	☒	☒	☒
اندازه گیری میزان تغییر یک متغیر						
محاسبه ی نرخ رشد		☒	☒	☒	☒	☒
پیش بینی رفتار یک متغیر		☐	☐	☐	☐	☐
تشخیص وابستگی و استقلال متغیرها		☒	☒	☒	☒	☒
کاربرد خطای نسبی و مطلق		☐	☐	☐	☐	☐

[illegible]

[illegible]

6- کشف، استدلال	انواع استدلال	استدلال جبری	استدلال هندسی	استدلال آماری	استدلال احتمالاتی	استدلال مجرد	استدلال کامپیوتری
9		☒	☒				
10		☐	☐	☒			
11		☐	☐	☐	☒	☒	
12		☐	☐			☐	☒

	7- فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی	
	خلافت در فرضیات و نظریات	
	مبنای فرضیه‌سازی بر تجربه توسعه‌ی فرضیات به حوزه‌های گسترده‌تر طرح و اصلاح تئوری‌ها براساس نتایج تجربی فرضیه‌سازی برای تکنیک‌های محاسباتی توسعه نظریات به حوزه‌های گسترده‌تر طرح و اصلاح فرضیات براساس نتایج تجربی	
	نقد فرضیات و نظریات	
	آزمون فرضیات و نظریه‌ها تشخیص ارتباط دو فرضیه تشخیص ارتباط دو نظریه مقایسه قوت و ضعف نظریات مقایسه قوت و ضعف فرضیات	

[illegible]

جدول وسعت و توالی مفاهیم

[نمایش عدد و محاسبات عددی]	اعداد دو تایی اعداد پرداری اعداد ماتریسی اعداد مختلط اعداد دنباله‌ای اعداد سه تایی توابع چند جمله‌ای توابع گویا توابع خطی قدر مطلق و نرم اعداد نام‌ساری‌های عددی حد دنباله‌های عددی توان
9	■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■
10	□ □ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■
11	□ □ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■
12	□ □ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

2- جبر و نمایش نمادین	تجزیه‌ی عبارت‌های جبری	جبر چند جمله‌ایها	جبر مجسوم‌ها	جبر توابع	معادله‌ی درجه‌ی 2	دستگاه معادلات خطی	اتحادها	مشتق‌گیری	حد‌گیری	انتگرال‌گیری
9	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒
10	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒
11	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒
12	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☒

4- نسبت، نرخ تناسب	تالی در فضا تناسب هندسی تناسب عددی		
	9	☐	☐
	10	☒	☒
	11	☐	☐
	12		☐

5- اقتصاد ریاضی			
	سود ساده سود مرکب سود پیوسته		
	9	■	
	10	□ ■ □	
	11	□ □	
	12		

6- الگوهای هندسی و عددی													
		رشد خطی	رشد چند جمله‌ای	رشد نمایی	رشد لگاریتمی	سری هندسی	مشتق هندسی	انتگرال هندسی	مجاذب و مساحت	نمودار توابع	همگرایی هندسی	همگرایی عددی	
9		■	■							■			
10		□	■	■	■	■	■		■	■	■		
11			■	□	□			■	■	■	■	■	
12		□	□	□					□	□	□	□	

7- هندسه مسطحه و فضایی		مدل سازی هندسی	ترسیمات با ابزارها	روابط متری	مکان هندسی	مقاطع مخروطی
9		■	■			
10		■	□	□	□	
11		□	□	□	□	
12			□	□	□	□

8- هندسه تبدیلات		تبدیل خطی با نماد ماتریس						
		انتقال	تغایرها	دورانها	تصویر قائم	تجانس	ماتریس تبدیل	
9		☒						
10		☐	☒	☒				
11		☐	☒	☒	☒	☒	☒	
12		☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒

9- بردار، هندسه تحلیلی	مدلسازی هندسه با کامپیوتر				
	معادله‌ی منحنی	تغییر مختصات	مکان هندسی	مقاطع مخروطی	
	9	☒	☒		
	10	☒	☒	☒	
	11	☒	☒	☒	☒
12	☐	☐	☐	☐	☒

10- تابع و مفهوم متغیر	نوع خطی نوع غیر خطی نوع گسسته نوع پیوسته حد نوع مشتق نوع انتگرال نوع					
	9	■	■	■	■	■
	10	□	□	■	■	■
	11	□	□	□	■	■
	12	□	□	□	□	■