پرنده‌ها و قورباغه‌ها•

فریمن دایسن*
ترجمهٔ هاله المعی

بعضی ریاضیدانها پرنده‌اند، بقیه‌شان قورباغه‌اند. پرنده‌ها در هوا اوج می‌گیرند و چشم‌اندازهای گستردهٔ ریاضیات را تا افق دوردست از نظر می‌گذرانند. آنها به مفاهیمی علاقه دارند که افکار ما را یکپارچه کند و مسائل گوناگون از بخشهای مختلف چشم‌انداز را به هم پیوند دهد. قورباغه‌ها این پایین در گِل‌ولای زندگی می‌کنند و فقط گُلهایی را که دوروبرشان روییده می‌بینند. آنها به جزئیات موضوعات خاص علاقه‌مندند و مسائل را جداجدا حل‌وفصل می‌کنند. من دست بر قضا قورباغه‌ام، اما بسیاری از بهترین دوستانم پرنده‌اند. موضوع اصلی صحبت امشب من این است: ریاضیات هم پرنده‌ها را لازم دارد و هم قورباغه‌ها را. ریاضیات غنی و زیباست چون پرنده‌ها به آن وسعت‌نظر می‌دهند و قورباغه‌ها دقت‌نظر. ریاضیات هم هنری بزرگ است و هم علمی پر اهمیت، چون کلیت مفاهیم را با ژرفای ساختارها در هم می‌آمیزد. احمقانه است ادعا کنیم پرنده‌ها از قورباغه‌ها بهترند چون دورتر را می‌بینند، یا بگوییم قورباغه‌ها از پرنده‌ها بهترند چون ژرف‌تر می‌بینند. دنیای ریاضیات هم پهناور است و هم عمیق، و لازم است پرنده‌ها و قورباغه‌ها با هم برای کاوش در آن کار کنند.

این سخنرانی به نام اینشتین برگزار شده است، و من از انجمن ریاضی آمریکا سپاسگزارم که دعوتم کردند تا بتوانم به آلبرت اینشتین ادای احترام کنم. اینشتین ریاضیدان نبود، بلکه فیزیکدانی بود که احساسات گوناگونی نسبت به ریاضیات داشت. از یک طرف، اعتبار زیادی برای قدرت ریاضیات در توصیف کارکرد طبیعت قائل بود و استعدادی برای درک زیبایی ریاضیاتی داشت که او را به مسیر صحیحی برای یافتن قوانین طبیعت راهنمایی کرد. از طرف دیگر ریاضیات محض برای او جالب نبود و هیچ مهارت فنی به‌عنوان ریاضیدان نداشت. اینشتین در سالهای آخر عمرش همکاران جوان‌تری به‌عنوان دستیار به‌کار گرفت تا برایش محاسبات ریاضی انجام بدهند. نحوهٔ تفکر او بیشتر فیزیکی است تا ریاضی. او در بین فیزیکدانان پرنده‌ای بلند پرواز بود که دورتر از دیگران می‌دید. من دربارهٔ اینشتین سخن نخواهم گفت چون چیز تازه‌ای برای گفتن ندارم.

فرانسیس بِیکن و رنه دکارت

در اوایل قرن هفدهم، دو فیلسوف بزرگ، فرانسیس بیکن در انگلستان و رنه دکارت در فرانسه، ظهور علوم جدید را اعلام کردند. دکارت پرنده بود و بیکن قورباغه. هر کدام نگرش خود را دربارهٔ آینده توصیف کردند. نگرشهایشان خیلی فرق داشت. بیکن گفت: «همواره باید چشم به واقعیات طبیعت بدوزیم». دکارت گفت: «من می‌اندیشم، پس هستم». به نظر بیکن دانشمندان باید روی زمین بگردند و واقعیات را گردآوری کنند، تا جایی که این انبوه واقعیات نحوهٔ کار طبیعت را فاش کند. آن وقت دانشمندان از روی این واقعیتها قوانینی را استنباط می‌کنند که طبیعت از آنها پیروی می‌کند. به نظر دکارت، دانشمند باید در خانه بنشیند و صرفاً با تفکر، قوانین طبیعت را حدس بزند. برای استنتاج صحیح این قوانین، دانشمند فقط باید قوانین منطق را بداند و از وجود خداوند آگاه باشد. از روزی که بیکن و دکارت راه را نشان دادند، چهارصد سال است که علم با دنبال کردن هر دو مسیر با هم، جلو می‌رود. تجربه‌گرایی بیکنی و جزمیت دکارتی هیچکدام به تنهایی نمی‌توانستند اسرار طبیعت را فاش کنند اما به اتفاق هم موفقیت خیره‌کننده‌ای به‌دست آورند. چهارصد سال است که دانشمندان انگلیسی خواسته‌اند بیکنی باشند و دانشمندان فرانسوی، دکارتی. فارادی، داروین و رادِرفورد بیکنی بودند؛ پاسکال و لاپلاس و پوانکاره دکارتی بودند. علم با تغذیهٔ توأمان از این دو فرهنگ متمایز، بسیار غنی شده است. هر دو فرهنگ در هر دو کشور همواره در کار بوده‌اند. نیوتن باطناً دکارتی بود. همان‌طور که منظور دکارت بود، صرفاً از تفکر محض استفاده کرد و آن را برای از میان بردن جزمیت دکارتی دربارهٔ گردابها به‌کارگرفت. ماری کوری قلباً بیکنی بود. خروارها سنگ اورانیوم خام را می‌جوشاند تا عقیدهٔ جزمی به تجزیه‌ناپذیری اتمها را نفی کند.

در تاریخ ریاضیات قرن بیستم، دو رویدادْ تعیین‌کننده بوده که یکی به سنت بیکنی تعلق داشته است و دیگری به سنت دکارتی. اولین رویداد، کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان در سال ۱۹۰۰ در پاریس بود، که در آن هیلبرت

فرانسیس بیکن

سخنرانی اصلی را ایراد کرد. او با ارائهٔ فهرست مشهورش، بیست‌وسه مسألهٔ حل نشدهٔ مهم، مسیر ریاضیات را در قرنی که پیش رو بود ترسیم کرد. هیلبرت خودش پرنده‌ای بود که بر فراز تمامی قلمرو ریاضیات اوج گرفت. اما برای حل مسأله‌هایش قورباغه‌ها را مخاطب قرار داد که آنها را یکی‌یکی حل کنند. دومین رویداد تعیین‌کننده، تشکیل گروه بورباکی بود. گروهی از ریاضیدانان پرنده در دههٔ ۱۹۳۰ در فرانسه تصمیم گرفتند یک سری کتاب درسی منتشر کنند که نظام وحدت بخشی برای کل ریاضیات پدید آورد. مسائل هیلبرت برای هدایت پژوهش ریاضی در مسیرهای بارآور، بسیار موفق بود. بعضی از این مسأله‌ها حل شدند و بعضی حل نشدند، اما تقریباً همهٔ آنها باعث پیدایش اندیشه‌های تازه و شاخه‌های جدید در ریاضیات شدند. برنامهٔ بورباکی هم به همین اندازه مؤثر بود. این برنامه با تحمیل انسجامی منطقی که قبلاً وجود نداشت، و تأکید بر کلّیتهای انتزاعی به جای مثالهای عینی، راه و رسم ریاضیات را در پنجاه سال بعد تغییر داد. در نظام بورباکی، ریاضیات آن ساختار انتزاعی است که در کتابهای درسی بورباکی آمده است. آنچه در این کتابها نباشد، ریاضیات نیست. مثالهای ملموس، چون در این کتابها نیستند، ریاضیات به حساب نمی‌آیند. برنامهٔ بورباکی نهایت افراط در روش دکارتی بود. منظرهٔ ریاضیات را با حذف گلهای زیبایی که رهگذران بیکنی می‌توانستند از کنار راه بچینند، تنگ کرد.

رنه دکارت

بازیهای طبیعت

برای من، که بیکنی‌ام، گمشدهٔ اصلی برنامهٔ بورباکی، عنصر شگفتی است. برنامهٔ بورباکی تلاش کرد ریاضیات را منطقی کند. اما من وقتی به تاریخ ریاضیات نگاه می‌کنم زنجیره‌ای می‌بینم از جهشهای خلاف منطق، اتفاقات ناممکن و بازیهای طبیعت. یکی از چشمگیرترین شوخیهای طبیعت جذر منهای یک است که اروین شرودینگر فیزیکدان، هنگام ابداع مکانیک موجی در سال ۱۹۲۶، آن را در معادلهٔ موجش قرار داد. شرودینگر پرنده‌ای بود که از فکر وحدت بخشیدنِ مکانیک و اپتیک شروع کرد. صد سال پیش‌تر، همیلتن با استفاده از ریاضیات یکسانی برای توصیف پرتوهای اپتیکی و مسیرهای ذرات کلاسیک، مکانیک کلاسیک را با اپتیک پرتوی وحدت داده بود. شرودینگر می‌خواست این وحدت را به اپتیک موجی و مکانیک موجی گسترش بدهد. اپتیک موجی در آن زمان وجود داشت اما مکانیک موجی نه. شرودینگر باید مکانیک موجی را ابداع می‌کرد تا وحدت‌بخشی را کامل کند. او با الگو قرار دادن اپتیک موجی، معادلهٔ دیفرانسیلی برای یک ذرهٔ مکانیکی نوشت. اما این معادله هیچ معنایی نداشت. شبیه معادلهٔ رسانش گرما در یک محیط پیوسته بود. رسانش گرما هیچ ارتباط عینی با مکانیک ذرات ندارد. به نظر می‌رسید ایدهٔ شرودینگر راه به جایی نمی‌برد. اما شگفتی ظاهر شد. شرودینگر جذر منهای یک را در معادله گذاشت، و ناگهان معادله معنا پیدا کرد. ناگهان معادلهٔ رسانش گرما تبدیل به یک معادلهٔ موج شد، و شرودینگر طعم این لذت را چشید که معادله‌اش پاسخهایی دارد متناظر با مدارهای کوانتیده در مدل اتم بور.

معادلهٔ شرودینگر هر آنچه را از رفتار اتمها می‌دانیم به‌درستی توصیف می‌کند. این معادله مبنای تمام علم شیمی و بیشتر علم فیزیک است. و جذر منهای یک به این معناست که طبیعت با اعداد مختلط سروکار دارد نه اعداد حقیقی. این کشف به نظر شرودینگر و هر کس دیگر یک شگفتی تمام عیار بود. در سراسر قرن نوزدهم، ریاضیدانان از آبل گرفته تا ریمان و وایرشتراس در کار ابداع نظریهٔ با شکوه توابع متغیرهای مختلط بوده‌اند. آنان کشف کرده بودند که نظریهٔ توابع، وقتی از اعداد حقیقی به اعداد مختلط گسترش می‌یابد به مراتب عمیق‌تر و قوی‌تر می‌شود. اما همیشه اعداد مختلط را موجوداتی ساختگی می‌پنداشتند که انسانِ ریاضیدان آن را به‌صورت انتزاعی مفید و دقیق از دنیای واقعی ابداع کرده است. هرگز به مغزشان خطور نمی‌کرد که این دستگاهِ اعدادی که آنها از خودشان در آورده‌اند، در واقع زمینهٔ حرکت اتمها باشد. تصورش را هم نمی‌کردند که اول طبیعت به آنها دست یافته باشد.

بازی دیگر طبیعت، خطی بودن دقیق مکانیک کوانتومی است، یعنی این واقعیت که حالتهای ممکن هر شیء فیزیکی یک فضای خطی تشکیل می‌دهد. قبل از ابداع مکانیک کوانتومی، فیزیک کلاسیک همواره غیرخطی بود و مدلهای خطی تنها به‌طور تقریبی معتبر بودند. بعد از مکانیک کوانتومی یکباره خود طبیعت خطی شد. این برای ریاضیدانان پیامدهای اساسی داشت. در طول قرن نوزدهم، سوفوس لی نظریهٔ پیچیدهٔ گروههای پیوسته را، به‌منظور توضیح رفتار دستگاههای دینامیکی کلاسیک مطرح کرده بود. در آن زمان گروههای لی نه مورد توجه ریاضیدانان قرار گرفت نه مورد توجه فیزیکدانان. نظریهٔ غیرخطیِ گروههای لی برای ریاضیدانان بیش از حد پیچیده بود و برای فیزیکدانان بیش از حد مبهم. لی ناامید از دنیا رفت و آن وقت، پنجاه سال بعد، معلوم شد طبیعت دقیقاً خطی است و نظریهٔ نمایش خطی جبرهای

لی، زبان طبیعی فیزیک ذرات است. گروههای لی و جبر لی به‌عنوان یکی از موضوعات اصلی ریاضیات قرن بیستم، از نو مطرح شد.

بازی سوم طبیعت وجود شبه‌بلورهاست. در قرن نوزدهم مطالعهٔ بلورها به شمارش کامل گروههای تقارن گسستهٔ ممکن در فضای اقلیدسی انجامید. قضایایی اثبات شد برای تثبیت این واقعیت که در فضای سه‌بعدی، گروههای تقارن گسسته فقط می‌توانند شامل دورانهایی از مرتبهٔ سه، چهار، یا شش باشند. بعد در سال ۱۹۸۴ شبه‌بلورها کشف شدند، اجسام واقعی جامدی که از آلیاژهای فلزی مایع حاصل می‌شوند. این شبه‌بلورها تقارنی از گروه بیست‌وجهی نشان دادند که شامل دورانهای مرتبهٔ پنج است. در همین بین، راجر پنروزِ ریاضیدان کاشیکاریهای پنروزی صفحه را کشف کرد. یک چنین کاشیکاری عبارت است از چینشی از متوازی‌الاضلاعها که یک صفحه را با نظم بلند بردِ پنج‌ضلعی می‌پوشاند. آلیاژ شبه‌بلور مشابه سه‌بعدیِ کاشیکاریهای دوبعدی پنروز است. بعد از این اکتشاف، ریاضیدانان ناچار شدند نظریهٔ گروههای بلورنگاشتی را قوی‌تر کنند تا شامل شبه‌بلورها هم بشود. این برنامهٔ پژوهشی بزرگی است که هنوز ادامه دارد.

شوخی چهارم طبیعت، شباهت رفتار شبه‌بلورها و صفرهای تابع زتای ریمان است. صفرهای تابع زتا برای ریاضیدانها جالب است چون ظاهراً روی یک خط راست واقع شده‌اند و هیچ‌کس هم نمی‌داند چرا. اینکه این صفرها با استثناهای جزئی، روی یک خط راست واقع‌اند مشهور به فرضیهٔ ریمان است. بیش از صد سال، اثبات فرضیهٔ ریمان رؤیای ریاضیدانان جوان بوده است. حالا من جسارتاً این نظر را مطرح می‌کنم که با استفاده از شبه‌بلورها امکان دارد فرضیهٔ ریمان اثبات شود. این پیشنهاد به نظر ریاضیدانانی که بین شما هستند شاید کم‌عقلی باشد. آنهایی هم که ریاضیدان نیستند حتماً برایشان جالب نیست. با این همه پیشنهادم را برای توجه جدی شما عرضه می‌کنم. لئو زیلاردِ[1] فیزیکدان در جوانی از فرمانهای موسی ناراضی شد و ده فرمان جدید به جای آنها نوشت. فرمان دوم زیلارد این بود: «بگذارید اعمال شما معطوف به هدف با ارزشی باشد، اما نپرسید می‌توانند به آن برسند یا نه: اعمال شما باید الگو و نمونه باشند نه وسیلهٔ رسیدن به مقصد.» زیلارد به موعظه‌اش عمل کرد. اولین فیزیکدانی بود که به فکر سلاح هسته‌ای افتاد و اولین کسی بود که فعالانه در برابر استفاده از آن ایستادگی کرد. فرمان دوم او دقیقاً اینجا به‌کار می‌آید. اثبات فرضیهٔ ریمان هدف ارزشمندی است و بر ما نیست که بپرسیم می‌توان به آن دست یافت یا نه. من نشانه‌هایی به شما خواهم داد از اینکه چگونه ممکن است به مقصود برسید. اینجا من از قول ریاضیدانی حرف خواهم زد که پنجاه سال پیش بودم، قبل از اینکه فیزیکدان بشوم. می‌خواهم اول دربارهٔ فرضیهٔ ریمان صحبت کنم و بعد دربارهٔ شبه‌بلورها.

تا همین اواخر دو مسألهٔ مهم حل‌نشده در دنیای ریاضیات محض وجود داشت، اثبات قضیهٔ آخر فرما و اثبات فرضیهٔ ریمان. دوازده سال پیش اندرو وایلز همکارم در پرینستن کار قضیهٔ آخر فرما را تمام کرد و فقط فرضیهٔ ریمان مانده است. اثبات وایلز برای قضیهٔ آخر فرما تنها یک نمایش تکنیکی نبود. این کار نیاز به اختراع و اکتشاف حوزهٔ جدیدی از اندیشه‌های ریاضی داشت که گسترده‌تر و با اهمیت‌تر از خود قضیهٔ فرما بودند. احتمال دارد هر اثباتی برای قضیهٔ ریمان هم، دریافت ما را از بسیاری زمینه‌های گوناگون ریاضیات و بلکه فیزیک عمیق‌تر کند. تابع زتای ریمان و دیگر توابع زتای مشابه آن، در نظریهٔ اعداد، نظریهٔ دستگاههای دینامیکی، هندسه، نظریهٔ توابع، و در فیزیک فراوان ظاهر می‌شوند. تابع زتا در پیوندگاه مسیرهایی در جهات گوناگون قرار گرفته است. اثبات این فرضیه همهٔ این ارتباطها را روشن خواهد کرد. من در جوانی، مثل هر دانشجوی جدی ریاضیات محض، رؤیای اثبات فرضیهٔ ریمان را در سر داشتم. ایده‌های مبهمی هم داشتم که فکر می‌کردم ممکن است به نتیجه برسند. در سالهای اخیر، پس از کشف شبه‌بلورها، ایده‌هایم کمی روشن‌تر شده‌اند. حالا این ایده‌ها را به هر ریاضیدان جوانی که مشتاق دریافت نشان فیلدز باشد، پیشکش می‌کنم.

شبه‌بلورها می‌توانند در فضای یک، دو، یا سه‌بعدی وجود داشته باشند. از دیدگاه فیزیک، شبه‌بلورهای سه‌بعدی از همه جالب‌ترند چون در دنیای سه‌بعدی خودمان موجودند و به‌صورت تجربی قابل مطالعه‌اند. از دید ریاضیدان، شبه‌بلور یک‌بعدی جالب‌تر از شبه‌بلور دوبعدی یا سه‌بعدی است چون تنوع بیشتری دارد. تعریف ریاضیاتیِ شبه‌بلور به این صورت است: شبه‌بلور توزیعی از جرمهای نقطه‌ایِ گسسته است که تبدیل فوریهٔ آنها توزیعی از بسامدهای نقطه‌ایِ گسسته است. یا خلاصه‌تر بگوییم، شبه‌بلور یک توزیع نقطه‌ایِ محض است که یک طیف نقطه‌ای محض دارد. این تعریف بلورهای معمولی را هم که توزیعهای دوره‌ای با طیفهای دوره‌ای‌اند به‌عنوان مورد خاص در بر می‌گیرد.

از بلورهای معمولی که بگذریم، شبه‌بلورهای سه‌بعدی انواع بسیار محدودی دارند و همه‌شان وابسته به گروه بیست‌وجهی‌اند. شبه‌بلورهای دوبعدی فراوان‌ترند، تقریباً متناظر با هر چندضلعی منتظم در یک صفحه یک نوع متمایز شبه‌بلور وجود دارد. شبه‌بلور دوبعدی با تقارن پنج‌ضلعی همان کاشیکاری پنروزیِ مشهورِ صفحه است. و بالاخره، شبه‌بلور یک‌بعدی ساختار بسیار غنی‌تری دارد چون وابسته به هیچ تقارن دورانی نیست. تا آنجا که من می‌دانم هیچ شمارش کاملی از شبه‌بلورهای یک‌بعدی وجود ندارد. معلوم شده است که متناظر با هر عدد PV[1] یک شبه‌بلور یکتا وجود دارد. عدد PV یک عدد صحیح جبری حقیقی یعنی ریشه‌ای از یک معادلهٔ چندجمله‌ای با ضرایب صحیح است به‌طوری که قدرمطلق تمام ریشه‌های دیگر معادله کوچک‌تر از یک باشد[۱]. مجموعهٔ تمام اعداد PV نامتناهی است و ساختار توپولوژیکی جالب توجهی دارد. مجموعهٔ تمام شبه‌بلورهای یک‌بعدی ساختاری دست‌کم به همان غنایِ مجموعهٔ تمام اعداد PV و بلکه غنی‌تر از آن دارد. یقین نداریم، اما احتمالاً انبوه عظیمی از شبه‌بلورهای یک‌بعدی ناوابسته به اعداد PV وجود دارند که کشف نشده‌اند.

حالا می‌رسیم به ارتباط شبه‌بلور یک‌بعدی با فرضیهٔ ریمان. اگر فرضیهٔ ریمان صادق باشد، آنگاه صفرهای تابع زتا، طبق تعریف، یک شبه‌بلور یک‌بعدی تشکیل می‌دهند. آنها توزیعی از جرمهای نقطه‌ای روی یک خط راست ایجاد می‌کنند و تبدیل فوریه‌شان هم توزیعی از جرمهای نقطه‌ای است، یک جرم در هر یک از لگاریتمهای اعداد اول معمولی و اعدادِ با توان اول. دوست من اندرو اودلیزکو محاسبهٔ رایانه‌ای زیبایی از تبدیل فوریهٔ صفرهای تابع زتا منتشر کرده است[۶]. این محاسبه ساختار مورد انتظار تبدیل فوریه را به دقت نشان می‌دهد؛ یک ناپیوستگی تیز در هر لگاریتم عدد اول یا لگاریتم عددِ با توان اول وجود دارد و هیچ جای دیگر چنین نیست.

پیشنهاد من این است. فرض کنیم که نمی‌دانیم فرضیهٔ ریمان صادق است. مسأله را از سرِ دیگرش حل کنیم. سعی می‌کنیم شمارش و رده‌بندی

1. Leo Szilard

۱. حروف اول Pisot Vijayaraghavan.

کاملی از شبه‌بلورهای یک‌بعدی به‌دست بیاوریم، یعنی باید همهٔ توزیعهای نقطه‌ای را که طیف نقطه‌ای گسسته دارند بشماریم و رده‌بندی کنیم. جمع‌آوری و رده‌بندی نمونه‌های جدید اشیا یک کارِ بیکنیِ درست و حسابی است. کار مناسبی است برای قورباغه‌های ریاضی. بعد شبه‌بلورهای شناخته شدهٔ وابسته به اعداد PV را پیدا می‌کنیم و همین‌طور دنیای کاملی از شبه‌بلورهای دیگر که شناخته شده یا ناشناس‌اند. در میان انبوهی از شبه‌بلورهای دیگر، دنبال یکی می‌گردیم که متناظر با تابع زتای ریمان باشد و یکی که متناظر باشد با هر یک از دیگر توابع زتا که شباهت به تابع زتای ریمان دارند. فرض کنید در شمارشمان شبه‌بلوری پیدا کنیم که خصوصیاتش با صفرهای تابع زتای ریمان مطابقت داشته باشد. آن وقت فرضیهٔ ریمان را اثبات کرده‌ایم و می‌توانیم منتظر زنگ تلفنی باشیم که خبر از بردن نشان فیلدز می‌دهد.

البته همهٔ اینها رؤیاپردازی است. مسألهٔ رده‌بندی شبه‌بلورهای یک‌بعدی فوق‌العاده سخت است، شاید دست‌کم به سختیِ مسائلی که اندرو وایلز هفت سال صرف حل‌وفصل آنها کرد. اما اگر دیدگاهمان بیکنی باشد، تاریخ ریاضیات تاریخ مسائل فوق‌العاده سختی است که عاقبت به دست جوانانی حل شده‌اند که از دشواری آنها به‌کلی بی‌خبر بوده‌اند. رده‌بندی شبه‌بلورها هدف ارزشمندی است و ممکن است حتی معلوم بشود که قابل حصول است. حل مسائلی این‌قدر دشوار از پیرمردی مثل من برنمی‌آید. این مسأله را به‌عنوان تمرین به قورباغه‌های جوان شنونده وا می‌گذارم.

آبرام بسیکوویچ و هرمان وایل

حالا اجازه بدهید بعضی از قورباغه‌ها و پرندگانی را که شخصاً شناخته‌ام به شما معرفی کنم. من در سال ۱۹۴۱ دانشجوی کیمبریج شدم و اقبال بلندی داشتم که استاد راهنمایم ریاضیدان روسی آبرام ساموئیلوویچ بسیکوویچ[1] بود. چون بحبوحهٔ جنگ جهانی دوم بود در کیمبریج دانشجو بسیار کم بود و تقریباً هیچ دانشجوی دورهٔ کارشناسی ارشد در دانشگاه نبود. با اینکه من تنها ۱۷ سال داشتم و بسیکوویچ آن موقع استاد معروفی بود، وقت و توجه زیادی صرف من می‌کرد و ما دوستان همیشگی شدیم. او روش شروع به کار و اندیشیدن دربارهٔ ریاضیات را به من یاد داد. با او درسهای فوق‌العاده‌ای دربارهٔ نظریهٔ اندازه و انتگرال‌گیری داشتیم، و هر وقت ما به انگلیسیِ بدش می‌خندیدیم با خوشرویی لبخند می‌زد. یادم است که فقط یک بار از صدای خندهٔ ما رنجید. کمی ساکت ماند و بعد گفت: «آقایان، پنجاه میلیون انگلیسی مثل شما انگلیسی صحبت می‌کنند، صدوپنجاه میلیون روسی مثل من».

بسیکوویچ قورباغه بود و در جوانی به خاطر حل مسأله‌ای در هندسهٔ مسطحهٔ مقدماتی به نام مسألهٔ کاکیا[2] معروف شد. مسألهٔ کاکیا این بود: پاره‌خطی به طول یک که می‌تواند آزادانه در یک صفحه حرکت کند، به اندازهٔ زاویهٔ ۳۶۰ درجه می‌چرخد. مساحت کوچک‌ترین سطحی از صفحه که این پاره‌خط می‌تواند ضمن چرخش بروبد چقدر است؟ این مسأله را ریاضیدان ژاپنی کاکیا در سال ۱۹۱۷ طرح کرد و تا ده سال حل نشده باقی ماند. جورج برکاف[3]، ریاضیدان آمریکایی پیشرو آن زمان، مسألهٔ کاکیا و مسأله چهاررنگ را مسائل حل‌نشدهٔ مهم روز اعلام کرد. نظر خیلیها این بود که حداقل مساحت $\pi/8$ است که مساحت یک درون‌چرخزاد سه تیزه‌ای است. درون‌چرخزاد

1. Abram Samoilovich Besicovitch 2. Kakeya problem
3. George Birkhoff

آبرام بسیکوویچ

سه تیزه‌ای یک منحنی سه‌گوش زیباست. این منحنی با حرکت نقطه‌ای روی محیط یک دایره به شعاع ۱/۴ ترسیم می‌شود وقتی این دایره درون یک دایرهٔ ثابت به شعاع ۳/۴ بغلتد. پاره‌خط به طول یک می‌تواند بچرخد در حالی که همیشه مماس بر درون‌چرخزاد باقی بماند و دو سر آن روی درون‌چرخزاد باشد. تصویر خط چرخانی که در سه نقطه مماس بر درون‌چرخزاد است آن‌قدر زیبا بود که خیلیها یقین داشتند باید کمترین سطح را بروبد. آن وقت بسیکوویچ همه را شگفت‌زده کرد. او ثابت کرد مساحت سطحی که این خط با چرخش خود می‌روبد، می‌تواند به‌ازای هر ε مثبت کوچک‌تر از ε باشد.

در واقع بسیکوویچ مسأله را در سال ۱۹۲۰، قبل از اینکه مسأله مشهور شود حل کرده بود، و حتی نمی‌دانست کاکیا آن را مطرح کرده است. در سال ۱۹۲۰ او راه‌حل را در مجلهٔ انجمن فیزیک و ریاضیات دانشگاه پرم[1] منتشر کرد، مجله‌ای که مخاطب چندانی نداشت. دانشگاه پرم در ۱۱۰۰ کیلومتری شرق مسکو بعد از انقلاب روسیه پناهگاهی برای ریاضیدانان برجسته شده بود. از این مجله قبل از تعطیل شدن در آشوبهای انقلاب و جنگ داخلی، دو جلد منتشر شد. مجله خارج از روسیه نه تنها ناشناس بلکه اصلاً دسترسی‌ناپذیر بود. بسیکوویچ در سال ۱۹۲۵ روسیه را به مقصد کپنهاک ترک کرد. آنجا بود که فهمید مسألهٔ مشهور کاکیا همان است که پنج سال پیش حلش کرده

هرمان وایل

1. Perm

است. او دوباره راه‌حلش را منتشرکرد و این بار به زبان انگلیسی در ماتماتیشه تسایتشریفت[1]. مسأله کاکیا آن‌طور که کاکیا مطرحش کرده بود یک مسأله کاملاً قورباغه‌ای بود، مسأله مستقلی که چندان ارتباطی با بقیهٔ ریاضیات نداشت. بسیکوویچ راه‌حلی زیبا و عمیق ارائه کرد که با قضیه‌های عمومی دربارهٔ ساختار مجموعه‌های نقاط در یک صفحه مربوط می‌شد.

سبک کار بسیکوویچ به بهترین نحو در سه مقالهٔ کلاسیک او با عنوان زیر دیده می‌شود: «در باب خواص هندسی بنیادی مجموعه‌های نقاط خطی-اندازه‌پذیر در صفحه». این مقالات در سالهای ۱۹۲۸، ۱۹۳۸، و ۱۹۳۹ در ماتماتیشه آنالن[2] منتشر شد. بسیکوویچ در این مقالات اثبات کرد که هر مجموعهٔ خطی-اندازه‌پذیر در صفحه قابل تقسیم به یک مؤلفهٔ منظم و یک مؤلفهٔ نامنظم است که مؤلفهٔ منظم تقریباً همه جا یک مماس دارد و مؤلفهٔ نامنظم تقریباً روی همهٔ راستاها تصویری با اندازهٔ صفر دارد. مؤلفه منظم تقریباً شبیه به مجموعه‌ای از خمهای پیوسته است در حالی که مؤلفه نامنظم از هیچ لحاظ شباهتی به خم پیوسته ندارد. وجود مؤلفهٔ نامنظم و خواص آن با حل مسألهٔ کاکیا به روش بسیکوویچ ارتباط دارد. یکی از مسائلی که بسیکوویچ به من داد که رویش کار کنم تقسیم مجموعه‌های اندازه‌پذیر به مؤلفه‌های منظم و نامنظم در فضاهای چندبعدی بود. من در این مسأله به جایی نرسیدم اما نشانِ روش بسیکوویچ برای همیشه روی من ماند. روش بسیکوویچ معمارانه است. او از عناصر ساده یک بنای ظریف و پیچیدهٔ معمارانه می‌سازد که معمولاً نقشه‌ای چند طبقه دارد. و بعد، وقتی عمارت تمام شد، ساختار کامل‌شده با استدلالهای ساده به نتیجه‌ای غیرمنتظره می‌رسد. هر اثبات بسیکوویچ یک اثر هنری است، و به همان دقت ساخته شده که یک فوگِ باخ.

من چند سال بعد از شاگردیِ بسیکوویچ، به پرینستن آمدم و با هرمان وایل آشنا شدم. وایل نمونهٔ بارز ریاضیدان پرنده بود، درست همان‌طور که بسیکوویچ نمونهٔ بارز ریاضیدان قورباغه بود. من این سعادت را داشتم که قبل از آنکه وایل بازنشسته شود و به خانهٔ قدیمی‌اش در زوریخ برگردد، یک سال با او در مؤسسهٔ مطالعات پیشرفتهٔ پرینستن همدوره باشم. او از من خوشش آمد چون آن سال من مقاله‌ای دربارهٔ نظریهٔ اعداد در آنالز آو متمتیکس[3] و مقاله‌ای دربارهٔ نظریهٔ کوانتومی تابش در فیزیکال ریویو[4] منتشر کرده بودم. او از معدود افراد زنده‌ای بود که در هر دو رشته دست داشت. مرا تحویل گرفت، به امید اینکه من هم پرنده‌ای هستم مثل خودش. ناامید شد. من همچنان قورباغه ماندم. هر چند داخل گودالهای مختلفی سرک کشیدم، همیشه تک‌به‌تک بررسی‌شان کردم و دنبال ارتباطی بین آنها نمی‌گشتم. برای من نظریهٔ اعداد و نظریهٔ کوانتومی دنیاهایی جدا با زیباییهای جداگانه بودند. نگاه من به این دنیاها مثل وایل نبود که امیدوار به یافتن سرنخهای طرحی عظیم بود.

کار بزرگ وایل در نظریهٔ کوانتومی تابش ابداع میدانهای پیمانه‌ای بود. ایدهٔ میدانهای پیمانه‌ای ماجرای جالبی دارد. وایل در سال ۱۹۱۸ آنها را به‌عنوان میدانهای کلاسیکی در نظریهٔ وحدت‌یافتهٔ نسبیت عام و الکترومغناطیس مطرح کرده بود [۷]. او اینها را «میدانهای پیمانه‌ای» نامید چون با انتگرال‌ناپذیری

1. *Mathematische Zeitschrift* 2. *Mathematische Annalen*
3. *Annals of Mathematics* 4. *Physical Review*

اندازه‌های طول ارتباط داشتند. نظریهٔ وحدت‌بخش او بی‌درنگ از سوی اینشتین مردود اعلام شد. بعد از این ضربه، وایل از نظریه‌اش دست برنداشت اما توجهش معطوف به چیزهای دیگر شد. این نظریه هیچ نتیجهٔ تجربی قابل آزمودنی نداشت. بعد در سال ۱۹۲۹، پس از اینکه دیگران مکانیک کوانتومی را ابداع کردند وایل دریافت که میدانهای پیمانه‌ای‌اش با دنیای کوانتومی بیشتر جور درمی‌آیند تا با دنیای کلاسیک [۸]. تنها کاری که برای تبدیل پیمانهٔ کلاسیک به پیمانهٔ کوانتومی لازم بود، تغییر اعداد حقیقی به اعداد مختلط بود. در مکانیک کوانتومی هر کوانتومِ بار الکتریکی یک تابع موج مختلط با یک فاز دارد و میدان پیمانه‌ای با انتگرال‌ناپذیری اندازه‌های فاز سروکار دارد. به این ترتیب میدان پیمانه‌ای را می‌توان به دقت با پتانسیل الکترومغناطیسی تعریف کرد و قانون پایستگی بار نتیجه‌ای از ناوردایی فاز موضعی این نظریه می‌شود.

وایل چهار سال پس از مراجعت از پرینستن به زوریخ درگذشت، و من اعلام درگذشت او را برای مجلهٔ نیچر[1] نوشتم [۳]: «بین همهٔ ریاضیدانانی که زندگی شغلی‌شان را در قرن بیستم آغاز کردند، هرمان وایل کسی بود که دستاوردهای عمده‌ای در بیشترین حوزه‌های متفاوت داشت. او یک تنه با آخرین ریاضیدانان بزرگِ جامع‌الاطرافِ قرن نوزدهم، هیلبرت و پوانکاره، قابل قیاس بود. در تمام زندگی‌اش تجسم تماس زنده‌ای بین دو خط عمدهٔ پیشروی در ریاضیات محض و فیزیک نظری بود. حالا که او رفته است، این اتصال شکسته می‌شود و امیدهای ما برای ادراک عالم فیزیکی با استفادهٔ بلاواسطه از تخیل خلاّق ریاضیاتی، فعلاً پایان می‌یابد.» من سوگوار او بودم اما چندان رغبتی به تعقیب رؤیای او نداشتم. خوشحال بودم که می‌دیدم ریاضیات و فیزیک در جهتهای مقابل هم پیش می‌روند.

اعلام درگذشت وایل با طرحی انسانی از او پایان می‌گرفت: «ویژگی شخصی وایل یک حس زیبایی شناختی بود که بر تفکر او دربارهٔ هر چیز سلطه داشت. او یک بار به من، نیمه‌شوخی، گفت: «کار من همیشه پیوند دادن حقیقت با زیبایی بوده است اما وقتی قرار باشد یکی از این دو را انتخاب کنم، معمولاً زیبایی را انتخاب می‌کنم». این گفته همهٔ شخصیت او را به‌خوبی جمع‌بندی می‌کند، و علاقهٔ شگفت‌آور او را به هماهنگی کلی طبیعت نشان می‌دهد که قوانین آن باید، بی‌چون‌وچرا، در یک صورت ریاضی زیبا جلوه‌گر شوند. این حرف همچنین آگاهی او را از ضعف بشر نشان می‌دهد و ذوق طنزش را که همیشه مانع از تکبر او می‌شد. دوستان او در پرینستن او را همان‌طور که من آخرین بار در مراسم رقص بهارهٔ مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته در آوریل گذشته دیدم، به یاد خواهند داشت. مردی تنومند و شاد، که اوقاتش خوش بود و بدن چابک و حرکات نرمش هیچ نشانی از ۶۹ سالگی نداشت».

دورهٔ پنجاه ساله بعد از مرگ وایل، دوران طلایی فیزیک تجربی و نجوم رصدی بوده است، عصر طلایی بیکنی‌هایی که در حال گشت‌وگذار، حقایق را می‌چینند، قورباغه‌هایی که در حال کندوکاو در تکه‌های کوچکی از باتلاقی هستند که در آن زندگی می‌کنیم. در این پنجاه سال، قورباغه‌ها انبوهی از اطلاعات تفصیلی دربارهٔ بسیاری ساختارهای متفاوت کیهانی و انواع بسیاری از ذرات و برهم‌کنشها جمع‌آوری کرده‌اند. هر چه قلمروهای جدید بیشتر کشف می‌شد، عالم پیچیده‌تر می‌شد. به جای طرح با شکوهی که نمایشِ سادگی و

1. *Nature*

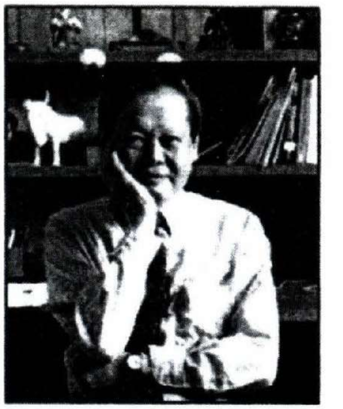
زیبایی ریاضیات وایل باشد، کاشفان به چیزهای عجیب و غریبی می‌رسیدند مثل کوارکها، انفجارهای پرتو گاما، و مفاهیم غریبی مثل ابر تقارن و عالم چندگانه. در همین گیرودار، ریاضیات هم پیچیده‌تر می‌شد. در پدیده‌هایی مثل آشوب و بسیاری زمینه‌های جدید دیگر که به کمک رایانه‌های الکترونیک گشوده شده بود، اکتشافات ادامه داشت. ریاضیدانان راز اصلی محاسبه‌پذیری را کشف کردند، حدسی که با این گزاره بیان می‌شود: P برابر NP نیست. این فرض می‌گوید مسائلی در ریاضیات وجود دارند که مورد به مورد به سرعت حل می‌شوند اما به‌وسیلهٔ الگوریتم سریعی که در همهٔ موارد کارساز باشد قابل حل نیستند. مشهورترین نمونهٔ چنین مسأله‌ای مسألهٔ فروشندهٔ دوره‌گرد است، که عبارت است از پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر برای فروشنده‌ای که به تعدادی شهر می‌رود، با دانستن فاصلهٔ بین هر دو شهر. اهل فن همه عقیده دارند که این حدس صادق است، و مسألهٔ فروشندهٔ دوره‌گرد نمونه‌ای از مسألهٔ P اما نه NP است. اما دریغ از اینکه کسی کوچک‌ترین ایده‌ای برای اثبات آن داشته باشد. این معمایی است که در عالم ریاضیات قرن نوزدهمی هرمان وایل حتی قابل فرمولبندی نبود.

فرانک یانگ و یوری مَنین

پنجاه سال اخیر برای پرنده‌ها دوران سختی بوده است. اما حتی در دوره‌های سخت هم برای آنها کار هست و پرنده‌ها جسارت خود را برای دسته‌وپنجه نرم کردن با آن نشان داده‌اند. وایل تازه از پرینستن رفته بود که فرانک یانگ[1] از شیکاگو سر رسید و در خانهٔ سابق وایل مستقر شد. یانگ به‌عنوان پرندهٔ پیشرو در بین فیزیکدانان هم‌نسل من جای وایل را گرفت. هنوز وایل زنده بود که یانگ و شاگردش رابرت میلز[2] نظریهٔ یانگ-میلز دربارهٔ میدانهای پیمانه‌ای ناآبلی را ابداع کردند که تعمیم بسیار زیبایی از نظریهٔ میدانهای پیمانه‌ای وایل است [۱۱]. میدان پیمانه‌ای وایل کمیتی کلاسیک بود که در قانون تعویض‌پذیری ضرب صدق می‌کرد. نظریهٔ یانگ-میلز با میدانهای پیمانه‌ای سه‌تایی سروکار داشت که تعویض‌پذیر نبودند. این میدانها در قوانین تعویض سه مؤلفهٔ یک اسپین مکانیک کوانتومی صدق می‌کردند که مولدهای ساده‌ترین جبر لیِ ناآبلی A_2 هستند. این نظریه بعدها چنان تعمیم یافت که میدانهای پیمانه‌ای توانستند مولد هر جبر لی با ابعاد متناهی باشند. با این تعمیم، نظریهٔ میدان پیمانه‌ای یانگ-میلز چارچوبِ مدلی از تمام ذرات و برهم‌کنشهای شناخته شده را فراهم آورد، مدلی که امروز مدل استاندارد فیزیک ذرات شناخته می‌شود. پرداخت نهایی یانگ نشان داد که اگر نماد سه شاخصیِ کریستوفل[3] نقش میدان پیمانه‌ای را داشته باشد نظریهٔ گرانش اینشتین در همین چارچوب قرار می‌گیرد [۱۰].

در سال ۱۹۵۵ که گزیدهٔ مقالات وایل به مناسبت هفتادمین سالروز تولدش منتشر می‌شد، او در تکمله‌ای بر مقالهٔ سال ۱۹۱۸ خود عقیدهٔ نهایی‌اش دربارهٔ نظریه‌های میدانهای پیمانه‌ای را چنین بیان کرد [۱۲]: «به نظر می‌رسد قوی‌ترین استدلال برای نظریهٔ من این باشد که ناوردایی پیمانه‌ای به پایستگی بار الکتریکی مربوط است به همان نحو که ناورداییِ مختصاتی به پایستگی انرژی و تکانه مربوط است». سی سال بعد یانگ در زوریخ در سخنرانی خود در مراسم صدمین زادروز وایل [۱۲]، این گفتهٔ وایل را به‌عنوان شاهدی بر دلبستگی

1. Frank Yang 2. Robert Mills
3. Christoffel three-index symbol



فرانک یانگ

وایل به مفهوم ناوردایی پیمانه‌ای به‌عنوان یک اصل وحدت بخش در فیزیک نقل کرد. یانگ گفت: «اکنون با پیشرفتهای نظری و تجربی معلوم شده است که تقارن، گروههای لی، و ناوردایی پیمانه‌ای در تعیین نیروهای بنیادی عالم فیزیکی نقش اساسی دارند. من در توصیف این اصل گفته‌ام: تقارن حکم به برهم‌کنش می‌دهد». این ایده که تقارن حکم به برهم‌کنش می‌دهد، تعمیم یانگ از اظهارنظر وایل است. وایل متوجه شد که ناوردایی پیمانه‌ای ارتباط نزدیکی با قوانین پایستگی فیزیکی دارد. ولی نتوانست از این جلوتر برود، چون فقط ناوردایی پیمانه‌ای میدانهای آبلی تعویض‌شونده را می‌شناخت. یانگ با معرفی میدانهای پیمانه‌ای ناآبلی این ارتباط را قوی‌تر کرد. با میدانهای پیمانه‌ای ناآبلی که جبرهای لی نابدیهی تولید می‌کنند، گونه‌های محتمل برهم‌کنش بین میدانها یکتا می‌شوند، به‌طوری که تقارن، برهم‌کنش را لازم می‌کند. این ایده بزرگ‌ترین سهم یانگ در فیزیک است. این سهم از آن پرنده‌ای است که بر فراز جنگل انبوه مسائل کوچک، که اغلب ما عمرمان را در آن سپری می‌کنیم، پرواز می‌کند و اوج می‌گیرد.

پرندهٔ دیگری که من برایش احترام زیادی قائلم، ریاضیدان روسی یوری منین[1] است که اخیراً مجموعه مقالات دلنشینی با عنوان ریاضیات همچون استعاره[2] منتشر کرده است [۵]. این کتاب به زبان روسی در مسکو و به زبان

یوری مَنین

1. Yuri Manin 2. *Mathematics as Metaphor*

انگلیسی از سوی انجمن ریاضی آمریکا منتشر شده است. من مقدمه‌ای بر چاپ انگلیسی کتاب نوشتم که اینجا بخش کوچکی از آن را برای شما نقل می‌کنم. «ریاضیات همچون استعاره شعار خوبی برای پرنده‌هاست. معنایش این است که عمیق‌ترین مفاهیم در ریاضیات آنهایی‌اند که دنیایی از اندیشه‌ها را به دنیایی دیگر از اندیشه‌ها پیوند می‌زنند. در قرن هفدهم دکارت دنیاهای مجزای جبر و هندسه را با مفهوم مختصات به هم پیوند داد، و نیوتن دنیاهای هندسه و دینامیک را با مفهوم فلوکسیونها، که امروز حسابان نامیده می‌شود، پیوند داد. در قرن نوزدهم بول دو دنیای منطق و جبر را به‌وسیلهٔ منطق ریاضی پیوند زد و ریمان دنیاهای هندسه و آنالیز را با مفهوم رویه‌های ریمانی به هم مربوط کرد. مختصات، فلوکسیون، منطق ریاضی و رویه‌های ریمانی همه استعاره‌هایی‌اند که معانی کلمات را از متنهای آشنا به متنهای ناآشنا می‌گسترانند. منین آیندهٔ ریاضیات را کشف استعاره‌هایی می‌بیند که دیده می‌شوند اما هنوز درک نشده‌اند. عمیق‌ترینِ این استعاره‌ها شباهت ساختار نظریهٔ اعداد و فیزیک است. او در هر دو حوزه نشانه‌هایی از مفاهیم موازی می‌بیند، تقارنهایی که گسسته را به پیوسته پیوند می‌دهند. او در انتظار وحدتی است که آن را کوانتش ریاضیات می‌خواند».

منین مخالف این اقدام بیکنیِ هیلبرت است که با ارائهٔ فهرست بیست‌وسه مسأله حل‌نشده به کنگرهٔ بین‌المللی سال ۱۹۰۰ ریاضیدانان در پاریس، خط مشی آیندهٔ ریاضیات را ترسیم کرد. او عقیده دارد مسائل هیلبرت حاشیه‌روی از زمینهٔ اصلی ریاضیات است. به نظر منین پیشرفتهای مهم ریاضیات از برنامه‌ها حاصل می‌شود نه از مسائل. مسأله‌ها معمولاً با استفاده از ایده‌های قدیمی به روشهای جدید حل می‌شوند. برنامه‌های پژوهشی بسترِ زاده‌شدنِ اندیشه‌های جدیدند. از دید او برنامهٔ بورباکی، بازنویسی ریاضیات به زبان انتزاعی‌تر، منبع بسیاری از ایده‌های جدید در قرن بیستم است. به نظر او برنامهٔ لنگ‌لندز[1]، که نظریهٔ اعداد و هندسه را وحدت می‌دهد، منبع نویدبخشی برای اندیشه‌های جدید در قرن بیست‌ویکم است. کسانی که مسائل حل‌نشدهٔ معروف را حل می‌کنند ممکن است برندهٔ جوایز بزرگی باشند اما پیشتازان واقعی کسانی هستند که برنامه‌های جدید را شروع می‌کنند.

ده فصل از نسخهٔ روسی ریاضیات همچون استعاره از نسخهٔ انگلیسی حذف شده‌اند. به تشخیص انجمن ریاضی آمریکا این فصلها به درد خوانندگان انگلیسی زبان نمی‌خورد. حذف این فصلها از دو جهت جای تأسف دارد: اول اینکه خوانندگان نسخهٔ انگلیسی زبان فقط بخشی از عقاید منین را می‌بینند، کسی که به لحاظ گستردگی علائقش تا فراسوی ریاضیات شاید میان ریاضیدانان منحصر به‌فرد باشد. دوم اینکه، ما چشم‌انداز ناقصی از فرهنگ روسی می‌بینیم، فرهنگی که کمتر از فرهنگ انگلیسی‌زبانان بخش‌بندی شده است و ریاضیدانان را در تماس نزدیک‌تری با تاریخدانان، هنرمندان و شاعران قرار می‌دهد.

جان‌فون نویمان

چهرهٔ مهم دیگر در ریاضیات قرن بیستم جان‌فون نویمان است. فون نویمان قورباغه‌ای بود که مهارت فنی تحسین‌انگیزش را برای حل بسیاری مسائل در ریاضیات و فیزیک به‌کار گرفت. او از مبانی ریاضیات شروع کرد. اولین

1. Langlands program

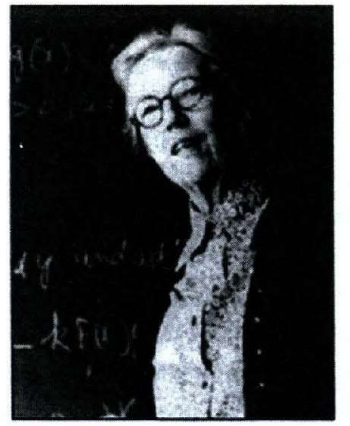
جان‌فون نویمان

مجموعهٔ رضایت‌بخشِ اصول موضوع را برای نظریهٔ مجموعه‌ها به‌دست آورد. در این اصول از پارادکسهای منطقی که کانتور در بررسی مجموعه‌های نامتناهی و اعداد نامتناهی با آنها روبه‌رو بود، اجتناب شده بود. اصول موضوع فون نویمان را چند سال بعد دوست پرنده‌اش کورت گودل برای اثبات وجود گزاره‌های تصمیم‌ناپذیر در ریاضیات به‌کار برد. پس از گودل، ریاضیات دیگر یک ساختار با مفهوم یکتایی از صدق نبود بلکه مجمع‌الجزایری از ساختارها بود با مجموعه‌های مختلفی از اصل موضوعها و مفاهیم مختلفی برای صدق. گودل نشان داد که ریاضیات پایان‌ناپذیر است. هر مجموعه‌ای از اصل موضوعها به‌عنوان مبنا انتخاب شود، پرنده‌ها همیشه می‌توانند پرسشهایی پیدا کنند که آن اصل موضوعها نتوانند جوابشان را بدهند.

فون نویمان از مبانی ریاضیات به مبانی مکانیک کوانتومی رفت و به انگیزهٔ فراهم کردن مبانی ریاضیاتیِ محکمی برای مکانیک کوانتومی، نظریهٔ درخشان حلقه‌های عملگرها را ابداع کرد. هر کمیت قابل مشاهده‌ای با یک عملگر خطی نشان داده می‌شود، و خصوصیات رفتار کوانتومی به‌خوبی با جبر عملگرها قابل نمایش است. درست همانطور که نیوتن حسابان را برای توصیف دینامیک کلاسیک اختراع کرد، فون نویمان حلقه‌های عملگرها را برای توصیف دینامیک کوانتومی ابداع کرد.

فون نویمان در زمینه‌های گوناگون دیگری هم سهم عمده دارد، به‌خصوص در نظریهٔ بازیها و طراحی رایانه‌های رقمی. او در ده سال پایانی عمرش غرق در کار رایانه بود. علاقه‌اش به رایانه آن‌قدر زیاد بود که تصمیم گرفت نه‌تنها به مطالعهٔ طراحی آنها بپردازد بلکه رایانه‌ای با سخت‌افزار و نرم‌افزار واقعی بسازد و با آن کار علمی بکند. من خاطرات زنده‌ای از اولین روزهای شروع پروژهٔ رایانهٔ فون نویمان در مؤسسهٔ مطالعات پیشرفتهٔ پرینستن دارم. آن موقع او دو دلمشغولی علمی عمده داشت، بمب هیدروژنی و هواشناسی. او رایانه‌اش را شبها برای محاسبات بمب هیدروژنی به‌کار می‌گرفت و روزها برای هواشناسی. بیشتر کسانی که آن روزها دور و بر ساختمان رایانه پرسه می‌زدند هواشناس بودند. سردسته‌شان جول کارنی[1] بود. کارنی یک هواشناس واقعی بود، خاضع و خاشع در مقابل اسرار سر در نیاوردنیِ هوا و شکّاک به توانایی رایانه برای حل این اسرار. جان‌فون نویمان کمتر خاضع بود و کمتر شکاک. من سخنرانی فون نویمان دربارهٔ هدفهایش را گوش دادم. مثل همیشه با اعتماد به نفس

1. Jule Charney



مری کارترایت

بسیار سخن گفت. او گفت: «به کمک رایانه خواهیم توانست جّو را در هر لحظه به نواحی پایدار و نواحی ناپایداری تقسیم کنیم که نواحی پایدار قابل پیش‌بینی و نواحی ناپایدار قابل کنترل باشند.» فون نویمان معتقد بود هر ناحیهٔ ناپایدار را می‌توان با استفادهٔ هوشمندانه از یک اختلال کوچک پیش راند به‌طوری که به هر جهت دلخواه حرکت کند. اختلال کوچک را با یک ناوگان هوایی حامل مولدهای دود می‌توان اعمال کرد که نور خورشید را جذب کند و دماها را در جاهایی که اختلال بیشترین تأثیر را دارد افزایش و کاهش دهد. به‌خصوص، می‌توانیم طوفان را در مراحل اولیه متوقف کنیم اگر موضع ناپایداری را به‌موقع تشخیص بدهیم و بعد آن تکه از هوا را قبل از اینکه متلاطم شود و گردباد تشکیل بدهد خنک کنیم. فون نویمان که در دههٔ ۱۹۵۰ صحبت می‌کرد، گفت تنها ده سال طول می‌کشد تا رایانه‌هایی آن‌قدر قوی ساخته شوند که به دقت نواحی پایدار و ناپایدار جو را تشخیص بدهند. آن وقت، وقتی تشخیص دقیق میسر شود، طولی نمی‌کشد که کنترل را به‌دست بگیریم. انتظار او این بود که در دههٔ ۱۹۶۰ کنترل عملی هوا کاری عادی باشد. فون نویمان البته اشتباه کرد. اشتباه کرد چون چیزی از آشوب نمی‌دانست. حالا ما می‌دانیم که وقتی حرکت جوّ به‌طور موضعی ناپایدار باشد معمولاً آشوبناک است. واژهٔ «آشوبناک» به این معنی است که حرکتهایی که نزدیک به هم شروع می‌شوند با گذشت زمان به‌صورت نمایی از هم فاصله می‌گیرند. وقتی حرکت آشوبناک است، غیرقابل پیش‌بینی است و یک اختلال کوچک آن را به وضعیت پایداری که قابل پیش‌بینی باشد منتقل نمی‌کند. اختلال کوچک معمولاً آن را به حرکت آشوبناک دیگری می‌برد که به همان اندازه غیرقابل پیش‌بینی است. به این ترتیب، راهبرد فون نویمان برای کنترل هوا شکست می‌خورد. درست است که او ریاضیدان بزرگی بود اما در هواشناسی متوسط بود.

ادوارد لورنتس[1] در سال ۱۹۶۳ کشف کرد که جوابهای معادلات هواشناسی معمولاً آشوبناک‌اند. در آن زمان شش سال از مرگ فون نویمان می‌گذشت. لورنتس هواشناس بود و عموماً او را کاشف آشوب به حساب می‌آورند. او پدیده‌های آشوب به مفهوم هواشناختی را کشف کرد و اسامی جدیدشان را روی آنها گذاشت. اما در واقع من خودم شنیدم که مری کارترایت[2]، ریاضیدانی که در سال ۱۹۹۸ در ۹۷ سالگی درگذشت، همین پدیده‌ها را در یک سخنرانی در کیمبریج در سال ۱۹۴۳ توصیف کرد، بیست سال قبل از اینکه لورنتس کشفشان کند. کارترایت این پدیده‌ها را به نامهای دیگری خواند، اما همین پدیده‌ها بودند. او آنها را در جوابهای معادلهٔ ون درپل[3] کشف کرد که توصیف‌کنندهٔ نوسانهای یک تقویت‌کنندهٔ غیرخطی‌اند [۲]. معادلهٔ ون درپل در جنگ جهانی دوم اهمیت داشت چون تقویت‌کننده‌های غیرخطی منبع تغذیهٔ فرستنده‌ها در رادارهای اولیه بودند. فرستنده‌ها نامنظم کار می‌کردند، و نیروی هوایی کارخانه‌های سازنده را سرزنش می‌کرد که تقویت‌کننده‌های معیوب می‌سازند. از مری کارترایت خواسته شد مشکل را بررسی کند. او نشان داد سازنده‌ها تقصیری ندارند. این معادلهٔ ون درپل است که باید سرزنش شود. جوابهای معادلهٔ ون درپل دقیقاً همان رفتار آشوبناکی را داشتند که نیروی هوایی از آن شکایت داشت. من هفت سال قبل از سخنان فون نویمان دربارهٔ کنترل هوا، حرفهای مری کارترایت دربارهٔ آشوب را شنیده بودم اما آن‌قدر دوراندیش نبودم که اینها را به هم ربط بدهم. هرگز به ذهن من خطور نکرد که رفتار آشفتهٔ معادلهٔ ون درپل ممکن است ربطی به هواشناسی داشته باشد. اگر به جای قورباغه، پرنده بودم احتمالاً این ارتباط را می‌دیدم و خیلی از دردسر فون نویمان کم می‌کردم. او اگر در سال ۱۹۵۰ چیزی از آشوب می‌دانست احتمالاً دربارهٔ آن عمیقاً فکر می‌کرد و آن وقت در سال ۱۹۵۴ چیز مهمی داشت که در این باره بگوید.

فون نویمان در اواخر عمرش به‌دردسر افتاد چون در حقیقت قورباغه بود اما همه از او انتظار داشتند مثل پرنده پرواز کند. در سال ۱۹۵۴ کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان در آمستردام برگزار می‌شد. این اتفاق تنها هر چهار سال یک بار می‌افتاد و دعوت شدن به سخنرانی در جلسهٔ افتتاحیه افتخار بزرگی به‌شمار می‌آمد. برگزارکنندگان کنگرهٔ آمستردام فون نویمان را برای سخنرانی اصلی دعوت کردند با این امید که او کار هیلبرت در پاریس ۱۹۰۰ را تکرار کند. درست همان‌طور که هیلبرت با ارائهٔ فهرست مسائل مهم حل‌نشده، پیشرفت ریاضیات در نیمهٔ اول قرن بیستم را هدایت کرده بود، فون نویمان دعوت شد تا همین کار را برای نیمهٔ دوم قرن انجام بدهد. عنوان سخنرانی فون نویمان در برنامهٔ کنگره چنین اعلام شده بود: «مسائل حل‌نشدهٔ ریاضیات: سخنرانی به دعوت کمیتهٔ برگزارکننده». پس از پایان کنگره مجموعهٔ کامل سخنرانیها منتشر شد. متن همهٔ سخنرانیها بود جز این یکی. در مجموعهٔ مقالات کنگره نام فون نویمان بالای یک صفحهٔ خالی چاپ شده بود. زیرش نوشته شده بود: «هیچ نسخه‌ای از این سخنرانی در دسترس نیست.»

چه اتفاقی افتاد؟ من می‌دانم چه شد، چون آنجا بین جمعیت بودم، در ساعت ۳ بعدازظهر سه‌شنبه، ۲ سپتامبر ۱۹۵۴. سالن سخنرانی پر از ریاضیدانان بود، همه منتظر شنیدن سخنرانی ارزشمندی درخور آن موقعیت تاریخی بودند. اما سخنان فون نویمان همه را دلسرد کرد. شاید چند سال پیش‌تر موافقت کرده بود دربارهٔ مسائل حل‌نشده صحبت کند و بعد یادش رفته بود. او که سرش گرم هزار سودای دیگر بود از آماده کردن سخنرانی غافل شده بود. بعد در آخرین لحظه که یادش آمده بود باید به آمستردام بیاید و چیزی دربارهٔ ریاضیات بگوید، متن یک سخنرانی قدیمی مربوط به سالهای ۱۹۳۰ را از کشویی بیرون کشیده بود و خاکش را تکانده بود. سخنرانی دربارهٔ حلقه‌های عملگرها بود، موضوعی که در دههٔ ۱۹۳۰ جدید و باب روز بود. نه حرفی

1. Edward Lorenz 2. Mary Cartwright

1. van der Pol equation

از مسائل حل‌نشده، نه حرفی از آینده، نه حرفی از رایانه، که می‌دانستیم عزیزترین دل‌مشغولی فون نویمان است. اقلاً دربارهٔ رایانه که می‌توانست چیز تازه و هیجان‌انگیزی بگوید. طاقت جمعیت حاضر در سالن طاق شد. کسی با صدایی آن‌قدر بلند که همه بشنوند گفت: «Aufgewärmte Suppe» که در آلمانی یعنی «سوپ دوباره گرم‌شده». در سال ۱۹۵۴ اغلب ریاضیدانان آن‌قدر آلمانی می‌دانستند که متلک را بفهمند. فون نویمان حسابی شرمنده شد، سروته سخنرانی را به‌هم آورد و بی اینکه منتظر پرسشها بشود سالن را ترک کرد.

آشوب ضعیف

اگر فون نویمان هنگام سخنرانی در آمستردام آشوب را می‌شناخت، احتمالاً یکی از مسائل حل‌نشده‌ای که مطرح می‌کرد آشوب ضعیف بود. مسألهٔ آشوب ضعیف هنوز هم بعد از پنجاه سال حل نشده است. مسأله، درک این موضوع است که چرا حرکتهای آشوبناک غالباً محدود می‌مانند و سبب ناپایداری مخربی نمی‌شوند. مثال خوبی از آشوب ضعیف، حرکتهای چرخشی سیارات و قمرها در منظومهٔ شمسی است. تازه همین اواخر کشف شد که این حرکتها آشوبناک‌اند. کشف شگفت‌انگیزی بود که تصویر سنتی منظومهٔ شمسی به‌عنوان نمونهٔ بارز حرکت پایدار منظم را مخدوش کرد. لاپلاسِ ریاضیدان دویست سال پیش فکر می‌کرد ثابت کرده که منظومهٔ شمسی پایدار است. حالا معلوم می‌شود که لاپلاس اشتباه کرده است. انتگرال‌گیری‌های عددی دقیق از مدارها به روشنی نشان می‌دهد که مدارهای مجاور به‌صورت نمایی واگرا می‌شوند. به نظر می‌رسد آشوب در دنیای دینامیک کلاسیک تقریباً عمومیت دارد.

رفتار آشوبناک در منظومهٔ شمسی پیش از آنکه انتگرال‌گیری دقیق درازمدت انجام بگیرد، دور از ذهن بود. آشوب ضعیف به این معنی است که مسیرهای مجاور به‌صورت نمایی واگرا شوند اما هیچ‌وقت زیاد از هم دور نشوند. واگرایی با نمو نمایی شروع می‌شود اما بعد محدود می‌ماند. چون آشوب حرکتهای سیاره‌ای ضعیف است، منظومهٔ شمسی می‌تواند میلیاردها سال باقی بماند. هر چند حرکتها آشوبناک‌اند، سیاره‌ها هیچ‌وقت از مکانهای همیشگی‌شان دور نمی‌افتند و کل منظومه از هم نمی‌پاشد. علی‌رغم وجود آشوب، منظر لاپلاسی منظومهٔ شمسی به‌عنوان دستگاهی که کاملاً منظم کار می‌کند زیاد دور از حقیقت نیست.

همین پدیدهٔ آشوب ضعیف را در حوزهٔ هواشناسی می‌بینیم. هر چند هوای نیوجرسی واقعاً آشوبناک است، این آشوب حدود معینی دارد. تابستانها و زمستانها به طرزی غیرقابل پیش‌بینی معتدل یا خشن است اما با اطمینان می‌توانیم پیش‌بینی کنیم که دما هرگز بالاتر از ۴۵ درجهٔ سلسیوس نمی‌رود یا پایین‌تر از منهای ۳۰ نمی‌آید، حدهایی که اغلب در هندوستان یا مینه‌سوتا پشت سر گذاشته می‌شوند. هیچ قانون پایستگی در فیزیک نیست که بالا رفتن دما در نیوجرسی به اندازهٔ هندوستان را ممنوع کند یا پایین آمدن دما در نیوجرسی به اندازهٔ مینه‌سوتا را منع کند. ضعف آشوب برای بقای درازمدت حیات در این سیاره اساسی بوده است. آشوب ضعیف، گوناگونیِ دردسرساز هوا را به ما می‌چشاند و در عین حال ما را از افت‌وخیزهای جدی که برای حیات خطرناک باشد محافظت می‌کند. آشوب، به دلایلی که نمی‌فهمیم، با بزرگواری ضعیف باقی می‌ماند. این هم مسأله حل‌نشدهٔ دیگری است که به‌عنوان تکلیف به قورباغه‌های جوانی که بین مخاطبان هستند واگذار می‌کنم. می‌خواهم توضیح بدهید که چرا آشوب مشاهده‌شده در بسیاری انواع دستگاههای دینامیکی عموماً ضعیف است.

موضوع آشوب با انبوهی از داده‌های کمّی مشخص می‌شود، ذخیرهٔ بی‌پایان تصاویر زیبا، وکمبود قضیه‌های دقیق. قضیه‌های دقیق بهترین وسیله برای دقت و عمق بخشیدن به یک موضوع‌اند. تا نتوانید قضیه‌های دقیقی اثبات کنید معنی اندیشه‌هایتان را به‌طورکامل نمی‌فهمید. در زمینهٔ آشوب من فقط یک قضیهٔ دقیق می‌شناسم که تیان‌ییان لی[1] و جیم یورک[2] در سال ۱۹۷۵ ثابت کرده‌اند و در مقالهٔ کوتاهی با عنوان «تناوب سه مستلزم آشوب است» منتشر شده است [۴]. مقالهٔ لی-یورک یکی از گوهرهای جاودانی آثار ریاضی است. قضیهٔ آنها مربوط به نگاشتهای غیرخطی یک بازه روی خودش است. مکانهای متوالی یک نقطه را وقتی نگاشت تکرار شود، می‌توان به‌عنوان مدار یک ذرهٔ کلاسیک در نظر گرفت. مدار دارای تناوب N است اگر نقطه بعد از N نگاشت به مکان اولیه‌اش بازگردد. در این بحث، مدار در صورتی آشوبناک گفته می‌شود که نسبت به تمام مدارهای تناوبی واگرا باشد. این قضیه می‌گوید اگر یک مدار با تناوب سه وجود داشته باشد، آنگاه مدارهای آشوبناک هم وجود دارند. اثبات قضیه ساده و کوتاه است. به نظر من این قضیه و اثباتش بیشتر از هزار تصویر زیبا ماهیت اساسی آشوب را روشن می‌کنند. این قضیه توضیح می‌دهد چرا آشوب در دنیا همه جا هست. نمی‌گوید چرا آشوب اغلب ضعیف است. این وظیفهٔ آینده است. من عقیده دارم آشوب ضعیف به‌صورت بنیادی درک نمی‌شود مگر اینکه بتوانیم قضایای دقیقی دربارهٔ آن اثبات کنیم.

نظریه‌پردازان ریسمان

می‌خواهم چند کلمه‌ای دربارهٔ نظریهٔ ریسمان بگویم. چند کلمه، چون خیلی کم در این‌باره می‌دانم. من هیچ‌وقت زحمت یاد گرفتن این موضوع یا کار در آن را به خودم ندادم. اما وقتی در اقامتگاهم در مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته پرینستن هستم، دوروبرم پر از نظریه‌پردازان ریسمان است و گاهی وقتها صحبتهایشان را گوش می‌کنم. تصادفاً از بعضی حرفهاشان هم سر درمی‌آورم. سه چیز روشن است: اول، کاری که اینها می‌کنند ریاضیات درجهٔ یک است. ریاضی محض‌دانان پیشرو، کسانی مثل مایکل اتیا و ایزادور سینگر، به آن عشق می‌ورزند. این نظریه شاخهٔ کاملاً جدیدی از ریاضیات با ایده‌ها و مسائل جدید به‌وجود آورده است. مهم‌تر از همه، روشهای جدیدی برای حل مسائل قدیمی که قبلاً لاینحل بودند در اختیار ریاضیدانان قرار داده است. دوم، دست‌اندرکاران نظریهٔ ریسمان خودشان را بیشتر فیزیکدان می‌دانند تا ریاضیدان. معتقدند نظریه‌شان چیزی عینی در دنیای فیزیکی را توصیف می‌کند. و سوم، فعلاً هیچ مدرکی دال بر این نیست که این نظریه به فیزیک مربوط است. نظریه هنوز از لحاظ تجربی قابل آزمون نیست. نظریهٔ ریسمان در دنیای خودش جدا از بقیهٔ فیزیک مانده است. نظریه‌پردازان خیلی سعی دارند این نظریه را به جایی برسانند که قابل آزمودن در جهان واقعی باشد، اما تا به حال بی‌نتیجه بوده است.

همکاران من اِد ویتن و جوان مالداسنا[3] و بقیهٔ خالقان نظریهٔ ریسمان، پرنده‌اند، بلند پرواز می‌کنند و چشم‌انداز با شکوه رشته کوههای دوردست را

1. Tien-Yien Li 2. Jim Yorke 3. Juan Maldacena

می‌بینند. هزاران متخصص متواضع‌تر نظریهٔ ریسمان در دانشگاههای دنیا قورباغه‌اند و به کندوکاو در جزئیات دقیق ساختارهایی ریاضی می‌پردازند که ابتدا پرنده‌ها در افق دیده‌اند. کنجکاوی من دربارهٔ نظریهٔ ریسمان بیشتر جنبهٔ جامعه‌شناختی دارد تا علمی. خیلی خوب است که انسان یکی از هزار نفرِ اول نظریه‌پردازان ریسمان باشد، که ارتباطهای جدید کشف می‌کنند و پیشتازِ روشهای جدیدند. ولی آن‌قدر خوب نیست که جزو هزار نفر دوم یا هزار نفر دهم باشی. حالا در حدود ده‌هزار نظریه‌پرداز ریسمان در سراسر دنیا پراکنده‌اند. این وضع برای هزار نفر دهم یا شاید همان هزار نفر دوم هم، خطرناک است. شاید برخلاف انتظار، مد روز تغییر کند و نظریهٔ ریسمان از مد بیفتد. آن وقت ممکن است نه هزار نظریه‌پرداز ریسمان کارشان را از دست بدهند. اینان در تخصص باریکی کار کرده‌اند و ممکن است در دیگر شاخه‌های علوم قابل جذب نباشند.

چرا این همه جوان جذب نظریهٔ ریسمان می‌شوند؟ تا حدی به خاطر جاذبهٔ فکری آن است. نظریهٔ ریسمان جسورانه و از لحاظ ریاضی زیباست. اما این جذابیت، جامعه‌شناختی هم هست. نظریهٔ ریسمان جاذبه دارد چون شغل ایجاد می‌کند. و چرا این‌همه در نظریهٔ ریسمان پیشنهاد کار هست؟ چون نظریهٔ ریسمان کم‌هزینه است. اگر در یک جای دورافتاده رئیس بخش فیزیک باشید و بودجهٔ کمی داشته باشید، استطاعت ندارید آزمایشگاه مدرنی برای فیزیک تجربی برپا کنید، اما می‌توانید دو نفر نظریه‌پرداز ریسمان استخدام کنید، و به این ترتیب یک بخش فیزیکِ روزآمد داشته باشید. میان رئیسها وسوسهٔ پیشنهاد چنین مشاغلی هست و بین جوانان وسوسهٔ قبول آن. این وضعیت هم برای دانشمندان جوان خطر دارد هم برای آیندهٔ علم. نمی‌گویم جوانهایی را که نظریهٔ ریسمان برایشان جالب است دلسرد کنیم. می‌گویم به آنها زمینه‌های دیگری هم پیشنهاد کنیم که به خاطر ضرورتهای اقتصادی به سمت نظریهٔ ریسمان کشانده نشوند.

بالاخره، حدسهای خودم را دربارهٔ آیندهٔ نظریهٔ ریسمان با شما در میان می‌گذارم. احتمال دارد حدس من غلط باشد. هیچ توهّم پیشگویی آینده ندارم. حدسم را به شما می‌گویم که فقط قدری خوراک فکری به شما داده باشم. من بعید می‌دانم که نظریهٔ ریسمان کاملاً موفقیت‌آمیز یا به‌کلی بی‌مصرف باشد. منظورم از کاملاً موفقیت‌آمیز این است که این نظریه یک نظریهٔ کامل فیزیک باشد که تمام جزئیات ذرات و برهم‌کنش‌هایشان را توضیح بدهد و منظورم از به‌کلی بی‌مصرف این است که این نظریه قطعهٔ زیبایی از ریاضیات باقی بماند. حدس من این است که نظریهٔ ریسمان عاقبتی بین موفقیت کامل و شکست کامل داشته باشد. حدس می‌زنم چیزی مثل نظریهٔ گروههای لی باشد که سوفوس لی در قرن نوزدهم به‌عنوان یک چارچوب ریاضی برای فیزیک کلاسیک ابداع کرد. تا زمانی که فیزیک در حد کلاسیک باقی ماند، گروههای لی بی‌مصرف ماندند. آنها جوابهایی در انتظار صورت مسأله بودند. اما پنجاه سال بعد، انقلاب کوانتومی فیزیک را دگرگون کرد و جبرهای لی جای مناسب خود را یافتند. کلیدی برای درک نقش اساسی تقارن در دنیای کوانتومی شدند. من انتظار دارم که پنجاه یا صد سال دیگر انقلاب دیگری در فیزیک رخ بدهد و مفاهیم جدیدی عرضه شوند که ما الان کوچک‌ترین اطلاعی از آنها نداریم، و این مفاهیم جدید معنای جدیدی به نظریهٔ ریسمان بدهند. آن وقت، نظریهٔ ریسمان با طرح گزاره‌های آزمون‌پذیری دربارهٔ دنیای واقعی به یکباره جایگاه مناسبش را در عالم خواهد یافت. به شما توجه می‌دهم که این حدس دربارهٔ آینده ممکن است خطا باشد. این حدس خصلت ابطال‌پذیر بودن دارد، که به گفتهٔ کارل پوپر شاخص یک گزارهٔ علمی است. شاید فردا با کشفی که از دل برخورددهندهٔ بزرگ هادرونی ژنو بیرون می‌آید، این حدس ابطال شود.

باز هم منین

برای ختم این سخنرانی، برمی‌گردم به یوری منین و کتابش ریاضیات همچون استعاره. کتاب اصولاً دربارهٔ ریاضیات است. شاید برای خوانندگان غربی عجیب باشد که نویسنده با همان فصاحت دربارهٔ موضوعهای دیگری صحبت می‌کند از قبیل ناخودآگاه جمعی، منشأ زبان انسان، روانشناسی اوتیسم[1] و نقش شیادی در اسطوره‌های بسیاری از فرهنگها. برای هموطنان منین در روسیه این علائق و مهارتهای چندساحتی تعجبی ندارد. اندیشمندان روسی این سنت غرورآفرین روشنفکران روسیهٔ قدیم را زنده نگه داشته‌اند که دانشمندان و شاعران و هنرمندان و موسیقیدانان به یک جمع تعلق دارند. امروز هم همین‌طورند. چنانکه در نمایشنامه‌های چخوف می‌بینیم گروهی از آرمانگرایان از جامعهٔ خرافاتی و حکومت غیرقابل اعتماد دوری گزیده‌اند. در روسیه ریاضیدانان، آهنگسازان، و فیلمسازان با هم هم‌صحبت می‌شوند، با هم روی برف در شبهای زمستان قدم می‌زنند، هم‌پیاله می‌شوند و افکارشان را با هم در میان می‌گذارند.

منین پرنده‌ای است که حوزهٔ دیدش تا آن سوی قلمرو ریاضیات و تا افقهای گسترده‌تر فرهنگ بشری کشیده می‌شود. یکی از علائق او نظریهٔ ذهن جمعی یا کهن الگو[2]، ابداع روانشناس سویسی کارل یونگ، است. مطابق نظر یونگ، کهن الگو یک تصویر ذهنی است که ریشه در یک ناخودآگاه جمعی دارد که همهٔ ما در آن شریکیم. بار عاطفی شدیدی که این کهن الگوها با خود دارند بقایای خاطرات گمشدهٔ رنجها و لذتهای جمعی‌اند. منین می‌گوید لازم نیست صدق نظریهٔ یونگ را تأیید کنیم تا روشنگری آن را دریابیم.

بیش از سی‌سال پیش، مونیک مورلّیِ خواننده، ترانه‌هایی با اشعار پیرمک اُرلان ضبط کرد. یکی از این ترانه‌ها La Ville Morte، شهر مرده، است، با آهنگی به یاد ماندنی متناسب با صدای بم کنترالتو[3]ی مورلّی، با آکاردئونی که این صدا را همراهی می‌کند و با تصاویر کلامی فوق‌العاده پرشور. شعر این ترانه روی کاغذ چیز به‌خصوصی نیست:

"En pénétrant dans la ville morte,
Je tenait Margot par le main...
Nous marchions de la nécropole,
Les pieds brisés et sans parole,
Devant ces portes sans cadole,
Devant ces trous indéfinis,
Devant ces portes sans parole
Et ces poubelles pleines de cris".

«وارد شهر مرده که شدیم/دست مارگو را گرفتم.../از شهر مردگان با پاهای مجروح می‌گذشتیم/بی کلامی/از مقابل این‌درهای بی‌قفل/این حفره‌های ناشناس/این درهای بی‌کلام، و این زباله‌دانهای پر از فریاد.»

من هیچ‌وقت نمی‌توانم به این ترانه بی‌غلیان شدید احساسات گوش بدهم. بارها از خود پرسیده‌ام چرا به نظر می‌رسد کلمات سادهٔ این ترانه یادآور چیزی

1. autism 2. theory of archetypes 3. contralto

در عمق حافظهٔ ناخودآگاه است، چنانکه گویی ارواح درگذشتگان از طریق موسیقی مورلّی سخن می‌گویند. و حالا به یکباره درکتاب منین پاسخی برای سؤالم پیدا می‌کنم. در فصل «کهن‌الگوی شهر متروک»، منین توصیف می‌کند که چگونه کهن‌الگوی شهر مرده بارها و بارها ظاهر می‌شود، در آثار معماری، ادبیات، هنر و فیلم از عهد باستان تا دوران جدید، از آن زمان که انسانها شروع به گرد آمدن در شهرها کردند، و از آن زمان که انسانهای دیگری شروع به گرد آمدن در لشکرهایی کردند که آن شهرها را ویران و غارت کنند. شخصیتی که در ترانهٔ مک اُرلان با ما سخن می‌گوید، کهنه سربازی است که مدتها قبل جزو ارتش اشغالگر بوده است. بعد از اینکه همراه همسرش میان غبار و خاکستر شهر مرده قدم می‌زند، یک بار دیگر می‌شنود:

***"Chansons de charme d'un clairon
Qui fleurissait une heure lointaine
Dans un rêve de garnison".***

«آواهای سحرآمیز شیپوری را/که برای ساعتی زنده می‌شود/در رؤیای یک سرباز پیر».

به نظر می‌رسد کلام مک اُرلان و صدای مورلّی رؤیایی از ناخودآگاه جمعی ما را زنده می‌کند، رؤیای کهنه سربازی که در یک شهر مرده پرسه می‌زند. مفهوم ناخودآگاه جمعی شاید همان قدر اسطوره‌ای است که مفهوم شهر مرده. این فصل ازکتاب منین پرتو ظریفی را توصیف می‌کند که این دو مفهوم شاید اساطیری برهم می‌افکنند. او ناخودآگاه جمعی را همچون نیروی غیرعقلانی‌ای توصیف می‌کند که ما را باقدرت به سمت مرگ و ویرانی می‌کشد. کهن‌الگوی شهر مرده چکیدهٔ رنجهای صدها شهر واقعی است که از زمان به‌وجود آمدن شهرها و ارتشهای چپاولگر تاکنون، ویران شده‌اند. تنها راه ما برای فرار از بی‌خردی ناخودآگاه جمعی، یک خودآگاهی جمعی بر مبنای امید و عقل است. وظیفهٔ بزرگی که تمدن فعلی ما پیش رو دارد خلق یک چنین خودآگاهی جمعی است.

مراجع

1. M. J. Bertin et al., *Pisot and Salem Numbers*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1992.
2. M. L. Cartwright and J. E. Littlewood, On nonlinear differential equations of the second order, I, *Jour. London Math. Soc.* **20** (1945), 180-189.
3. Freeman Dyson, Prof. Hermann Weyl, For. Mem. R. S., *Nature* **177** (1956), 457-458.
4. Tien-Yien Li and James A. Yorke, Period three implies chaos, *Amer. Math. Monthly* **82** (1975), 985-992.
5. Yuri I. Manin, *Mathematics as Metaphor: Selected Essays*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2007. [The Russian, ersion is: Manin, Yu. I., *Matematika kak Metafora*, Moskva, Izdatyelstvo MTsNMO, 2008.]
6. Andrew M. Odlyzko, Primes, quantum chaos and computers, in *Number Theory, Proceedings of a Symposium*, National Research Council, Washington DC, 1990, pp.35-46.
7. Hermann Weyl, Gravitation und elektrizität, *Sitz. König. Preuss. Akad. Wiss.* **26** (1918), 465-480.
8. ———, Elektron und gravitation, *Zeits. Phys.* **56** (1929), 350-352.
9. ———, *Selecta*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1956, p. 192.
10. Chen Ning Yang, Integral formalism for gauge fields, *Phys. Rev. Letters* **33** (1974), 445-447.
11. Chen Ning Yang and Robert L. Mills, Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance, *Phys. Rev.* **96** (1954), 191-195.
12. ———, Hermann Weyl's contribution to physics, in *Hermann Weyl, 1885-1985*, (K. Chandrasekharan, ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1986, p. 19.

* * * * * *

• Freeman Dyson, "Birds and frogs", *Notices Amer. Math. Soc.*, (2) **56** (2009) 212-223.

این مقاله متن سخنرانی‌ای با نام «سخنرانی اینشتین AMS» است که قرار بود در اکتبر ۲۰۰۸ ایراد شود ولی به دلایلی لغو شد.

* فریمن دایسن، استاد بازنشستهٔ مدرسهٔ علوم طبیعی در مؤسسهٔ مطالعات پیشرفتهٔ پرینستن، آمریکا.

dyson@ias.edu.