

ریاضیدان ایده‌آل

فیلیپ دیویس، روبن هرش، النا مارچیسوتو
ترجمه کاوه لاجوردی

باریکپژوهی و انزواگرانی در ریاضیات از مسائلی است که شاید بخشی از جامعه ریاضی ما هم به آن مبتلا باشد. مقاله زیر که با اندکی طنز به این موضوع می‌پردازد از کتاب بسیار معروف تجربه ریاضی انتخاب شده که مشخصات اصل انگلیسی آن چنین است:

Philip J. Davis, Reuben Hersh, Elena Anne Marchisotto, *The Mathematical Experience, Study Edition*, Birkhäuser (1995).

این کتاب که به سفارش کمیته ایرانی سال جهانی ریاضیات (سال ۲۰۰۰) به قلم کاوه لاجوردی به فارسی در آمده بود اینک در مرکز نشر دانشگاهی در دست ویرایش است. قبلاً، در شماره مرداد ۱۳۷۰ نشر ریاضی، این کتاب به خوانندگان مجله معرفی شده و ترجمه قطعاتی از آن آمده است.

«حوزه» اشن - موضوع کارش - نامی داشته باشیم. باید این حوزه را مثلاً «آبرمزهای غیریمانی» بنامیم. او با حوزه‌اش است که شناخته می‌شود، بر اساس اینکه چقدر مطلب منتشر می‌کند، و مخصوصاً بر اساس اینکه از آثار چه کسانی استفاده می‌کند و در انتخاب مسائلش از سلیقه چه کسانی پیروی می‌کند. او اشیایی را مطالعه می‌کند که، غیر از محدودی از همکارانش، همه از وجودشان بی‌خبرند. در واقع اگر کسی که در این مباحث تعلیم ندیده است از او پرسد که چه چیزی را مطالعه می‌کند، او از شان دادن یا گفتن اینکه موضوع کارش چیست ناتوان است. لازم است دوران سخت شاگردی چندساله‌ای را طی کرد تا نظریه‌ای را که او خود را وقف آن کرده است درک کرد. تنها آن موقع است که ذهن شخص برای دریافت توضیحات او در باب آنچه مطالعه می‌کند آماده می‌شود. بدون این آمادگی، می‌توان «تعریف» ای به شخص ارائه داد که چنان پیچیده خواهد بود که هر تلاشی برای درکش ناکام می‌ماند. اشیایی که ریاضیدان ما مطالعه می‌کند تا پیش از قرن بیست ناشناخته بودند؛ به احتمال بسیار، حتی سی سال پیش هم ناشناخته بودند. امروز اینها علاقه اصلی چند ده نفر (حداکثر چند صد نفر) از دوستان او در زندگی اند. اما او و دوستانش شک ندارند که آبرمزهای غیریمانی وجودی واقعی دارند، همان‌قدر قطعی و عینی که صخره جبل الطارق یا ستاره دنباله‌دار هالی. در واقع اثبات وجود آبرمزهای غیریمانی یکی از دستاوردهای عمدۀ آنان بوده است، حال آنکه وجود صخره جبل الطارق بسیار محتمل هست، اما به دقت اثبات نشده است.

می‌خواهیم تصویری بسازیم از «ریاضیدان ایده‌آل». منظورمان ریاضیدان کامل - ریاضیدان بدون عیب و محدودیت - نیست. بر عکس، منظورمان توصیف ریاضیدان مانندترین ریاضیدان است، همچنان که ممکن است کسی بخواهد سگ تازی اصلی ایده‌آل، یا راهب قرن سیزدهمی ایده‌آل را توصیف کند. ولی برای نمایش جنبه‌های پیچیده و متناقض‌نمای نقش ریاضیدانان، خواهیم کوشید نمونه‌ای بسازیم که به طرز نامحتملی خالص باشد. بهویژه، می‌خواهیم تفاوت کار و فعالیت واقعی ریاضیدان با درک خودش از کار و فعالیتش را نشان دهیم.

کار ریاضیدان ایده‌آل تنها برای گروه کوچکی از متخصصان، بالغ بر چند ده یا حداقل چند صد نفر، قابل درک است. این گروه فقط چند دهه است که وجود دارد، و چه بسا تا چند دهه دیگر منقرض شود. با این حال، ریاضیدان ما کارش را جزئی از اصل ساختار دنیا می‌داند، در برگیرنده حقایقی که تا ابد معتبرند، از آغاز زمان، حتی در دورترین گوشۀ عالم.

او اساس باورش را بر اثبات دقیق نهاده است؛ او معتقد است که فرق اثبات صحیح و ناصحیح فرقی است قاطع و بی‌چون و چرا. هیچ نکوهشی را تتدرب از این نمی‌داند که در مورد دانشجویی بگوید «او حتی نمی‌داند اثبات چیست». با این حال او قادر نیست توضیح روشنی بدهد در مورد اینکه منظور از دقت چیست، یا اینکه برای دقیق ساختن اثبات چه چیزی لازم است. در کار خود او، مزیین اثبات کامل و ناکامل همواره تا حدودی نامشخص - و اغلب مناقشه‌انگیز - است.

برای اینکه اصلاً بتوانیم در مورد ریاضیدان ایده‌آل صحبت کنیم باید برای

یک زیرفرهنگ، مركب از انگيزه‌ها و استدلالهای استاندارد و مثالها، راه و رسمهای تفکر و روالهای مورد توافق استدلال آشنا بود. خوانندهان مورد نظر (هر دوازده تای آنها) می‌توانند این بیان رسمی را رمزگشایی کنند، ایده جدید پشت لم ۴ را شناسایی کنند، محاسبات یکنواخت و ملال اور لمهای ۱، ۲، ۳، ۵، ۷، ۶ را نمیدهد بگیرند، و بینند که نویسنده دارد چه می‌کند و چرا این کار را می‌کند. اما برای فرد ناوارد، این رمزی است که هرگز رازش را برملا نمی‌کند. اگر (خدای نکرده) زمانی محفل ابرمربع کاران غیرریمانی از میان برود، نوشه‌های قهرمان ما کمتر از نوشه‌های قوم مایا ترجمه‌پذیر خواهد بود.

مشکلات برقراری ارتباط وقتي به روشنی پذیدار شد که يك مسؤول روابط عمومي دانشگاه به ملاقات رياضيدان ايده‌آل آمد.

م.رج.: از اينکه برای گفتگو به من وقت داده‌اید سپاسگزارم. رياضيات همواره بدترین درس من بوده است.

ر.ا.: مشکلی نیست. شما کار خودتان را دارید.

م.رج.: به من مأموریت داده شده در مورد تمدید پژوهانه شما گزارشی رسمی تهیه کنم. گزارش معمول چیزی يك جمله‌ای است: «پروفسور X پژوهانه‌ای به مبلغ ۷ دلار برای ادامه پژوهش در مسأله تعیین برای ابرمربعهای غیرریمانی دریافت کرده است». اما فکر کردم برای من چالش خوبی خواهد بود که سعی کنم به مردم تصور بهتری بده از اینکه کار شما واقعاً درباره چیست. قبل از هر چیز، ابرمربع چیست؟ ر.ا.: دوست ندارم این را بگویم، اما حقیقت این است که اگر به شما بگویم ابرمربع چیست، گمان خواهید کرد که کوشیده‌ام تحقیرتان کنم و کاری کنم که کودن به نظر آید. این تعریف حقیقتاً قدری فتی است، و واقعاً برای بیشتر مردم هیچ مفهومی ندارد.

م.رج.: آیا این تعریف چیزی هست که مهندسان یا فیزیکدانان بتوانند بفهمند؟ ر.ا.: نه. خب، شاید عده کمی فیزیکدان نظری. عده خیلی کمی.

م.رج.: حالا که نمی‌توانید تعریف واقعی را به من بگویید، آیا نمی‌توانید تصویری از ماهیت کلی و اهداف کارتان به من بدهید؟

ر.ا.: بسیار خب، سعی خواهم کرد.تابع هموار گزای روی یک فضای اندازه ؟ در نظر بگیرید که مقادیرش را در باقه‌ای از نظفه‌ها بگیرد، مجهر به یک ساختار همگرایی از نوع اشیاع شده. در ساده‌ترین حالت ...

م.رج.: شاید من دارم سؤالهای اشتباه می‌پرسم. آیا می‌توانید درباره کاربردهای پژوهشستان چیزی به من بگویید؟

ر.ا.: کاربرد؟

م.رج.: بله، کاربرد.

ر.ا.: به من گفته شده است که برای استفاده از ابرمربعهای غیرریمانی به عنوان مدل‌هایی برای ذرات بنیادی در فیزیک هسته‌ای تلاش‌هایی صورت گرفته است. اگر پیشرفتی حاصل شده باشد، نمی‌دانم.

م.رج.: آیا در حیطه کار شما اخیراً هیچ موقوفیت عمدہ‌ای حاصل شده؟ خبر هیجان‌انگیزی که افراد درباره‌اش گفتگو کنند؟

هیچ به ذهن ش خطر نکرده است که بپرسد عبارت «وجود دارد» در اینجا به چه معناست. می‌توان با نگریستن به او در موقع کار و مشاهده اینکه عبارت «وجود دارد» در عمل نشانگر چیست کوشید تا معنایش را کشف کرد. در هر صورت، در نظر او ابرمربع غیرریمانی وجود دارد، و او آن را با دلبستگی عاشقانه‌ای دنبال می‌کند. همه روزهایش را صرف تأمل در آن می‌کند. زندگی او به میزانی موقوفیت‌آمیز است که بتواند حقایق جدیدی درباره آن کشف کند.

او برقرار کردن ارتباط معنادار با آن بخش عظیم افراد بشر را که هرگز چیزی در مورد ابرمربعهای غیرریمانی نشینیده‌اند دشوار می‌یابد. این، مشکلات ناگواری برای او ایجاد می‌کند؛ دو همکار او در دانشکده‌اش هستند که درباره ابرمربعهای غیرریمانی چیزهایی می‌دانند، اما یکی از آنها در فرصت مطالعاتی است، و دیگری بیشتر به نمحله‌های غراوبلری علاقه‌مند است. او به کنفرانس‌های می‌رود، و به گردنهایی تابستانی با همکارانش، تا کسانی را ملاقات کند که به زبان او سخن می‌گویند، کسانی که می‌تواند کار او را درک کند و کسانی که قدر رشتنی‌شان، تاییدشان، و تحسینشان تنها پادشاهی مهمی است که او اصلاً می‌تواند آرزو کند.

در این کنفرانسها، مبحث اصلی معمولاً «مسئله تعیین» (یا شاید «مسئله ساخت» یا «مسئله رد بندی») برای ابرمربعهای غیرریمانی است. این مسئله را اول بار پروفسور بی‌نام، پدیدآورنده نظریه ابرمربعهای غیرریمانی، مطرح کرد. این مسئله مهم است چون پروفسور بی‌نام مطرحش کرد و راه حلی جزئی برای آن ارائه کرد که، متأسفانه، هرگز هیچکس غیر از پروفسور بی‌نام نتوانست آن را بفهمد. از زمان پروفسور بی‌نام، بهترین ابرمربع کاران غیرریمانی روی مسئله کارکرده‌اند و نتایج جزئی زیادی به دست آورده‌اند. بدین صورت مسئله اعتبار عظیمی کسب کرده است.

قهرمان ما بسیار اوقات در رویا می‌بیند که مسئله را حل کرده است. او دو بار در ساعتی بیدار خودش را مقاعد کرده است که مسئله را حل کرده اما، هر دو بار، دیگر غیرریمانیون متوجه نقصی در اثبات شدند و مسئله حل نشده باقی مانده است. در همین حین او همچنان حقایق جدید و جالی درباره ابرمربعهای غیرریمانی کشف می‌کند. او این نتایج را با کوتاه‌نویسی خودمانی ای با دوستان متخصص در میان می‌گذارد: «اگر ماس رام‌کننده‌ای را بر شبه مارتینگل چپ اعمال کنید، می‌توانید برآورده بتر از برآورد درجه دوم به دست آورید. سپس در قضیه برگستاین همگرایی از همان مرتبه درجه تقریب در قضیه استاینبرگ در خواهد آمد.»

این سبک زنده را در نوشه‌های منتشر شده‌اش نمی‌توان یافت. در آنجا او فرمالیسم بر فرمالیسم می‌چیند. هفت لم به دنبال سه صفحه تعریف می‌آورد و، نهایتاً، قضیه‌ای که بیان مفروضاتش نیم صفحه جا می‌گیرد، در حالی که اثباتش اساساً به این تحويل می‌شود که «لمهای ۱—۷ را بر تعریفهای الف-ح اعمال کنید.»

نگارش او از قاعده‌ای نقض ناشدنی بیروی می‌کند: بنهان کردن هر نشانه‌ای از اینکه نویسنده یا خواننده مورد نظر آدمیزاد است. این نگارش این احساس را القا می‌کند که، بر پایه تعاریف بیان شده، نتایج مطلوب با قطعیت طی فرایندی کاملاً مکانیکی حاصل می‌شوند. اما هرگز ماشینی ساخته نشده است که بتواند تعاریف او را به عنوان ورودی پذیرد. برای فهم اینها او باید با کل

دانشجو: بخشید قربان، من باید توضیح می‌دادم. رشته من فلسفه است.
نه ریاضی. من هرگز با شما درسی نداشتم.

را.: او! اخوب، در این صورت بعضی درس‌های ریاضی را گذرانده‌اید. نه؟ شما اثبات قضیه اصلی حسابان یا قضیه اصلی جبر را می‌دانید؟

دانشجو: من در هندسه، جبر و حسابان استدلال‌هایی دیده‌ام که به آنها اثبات می‌گفتم. چیزی که من از شما می‌خواهم مثال‌هایی از اثبات نیست.
تعریفی از اثبات است. در غیر این صورت، چگونه می‌توانم بگویم کدام مثال‌ها صحیح‌اند؟

را.: خب، کل جریان را به گمانم—تارسکی منطقدان و کسان دیگری، شاید راسل یا پتانو، روش نکرده‌اند. در هر صورت، کاری که انجام می‌دهید این است که در یک زبان صوری متشکل از فهرست مفروضی از نمادها یا الفبا، اصول موضوع نظریه‌تان را می‌نویسید. بعد با همان نمادها فرضِ قضیه‌تان را می‌نویسید. بعد نشان می‌دهید که می‌توانید فرض را، قدم به قدم، با استفاده از قواعد منطق، تغیر دهید تا حکم را به دست آورید. اثبات این است.

دانشجو: واقعاً؟ شکفت‌آور است! من حسابان مقدماتی و پیشرفته، جبر پایه، و توبولوژی گرفته‌ام، و هرگز ندیده‌ام چنین کاری انجام شده باشد.

را.: او، البته هیچ وقت کسی واقعاً این کار را انجام نمی‌دهد. تا ابد طول خواهد کشید! شما فقط نشان می‌دهید که می‌توانید این کار را بکنید.
همین کافی است.

دانشجو: اما حتی این هم شبیه به چیزی به نظر نمی‌رسد که در درسها و کتابهای درسی من انجام می‌شد. پس در نهایت، ریاضیدانان واقعاً اثبات نمی‌کنند.

را.: البته که می‌کنیم! اگر قضیه‌ای اثبات نشود هیچ نیست.

دانشجو: در این صورت اثبات چیست؟ اگر چنین چیزی است با یک زبان صوری و تبدیل فرمولها، هیچ‌کس هیچ وقت چیزی را اثبات نمی‌کند.
آیا قبل از انجام اثبات ریاضی باید همه چیز را درباره زبانهای صوری و منطق صوری بدانید؟

را.: البته که نه! هرچه کمتر بدانید، بهتر. به هر حال این بحث هم‌هاش مجرد بی‌معناست.

دانشجو: پس واقعاً اثبات چیست؟

را.: خب، استدلالی است که کسی را که موضوع را می‌داند متقاعد می‌کند.

دانشجو: کسی که موضوع را می‌داند؟ در این صورت تعریف اثبات ذهنی است؛ این تعریف به افراد خاص بستگی دارد. قبل از اینکه تعیین کنم که چیزی یک اثبات است، باید تعیین کنم متخصصان چه کسانی اند، این چه ربطی به اثبات چیزها دارد؟

را.: نه، نه. در این مورد هیچ چیز ذهنی‌ای وجود ندارد! همه می‌دانند اثبات چیست. فقط چند کتاب بخوانید، درس‌هایی با یک ریاضیدان قابل بگیرید، و خواهید فهمید.

را.: البته، مقاله استاینبرگ-برگستانی هست. این بزرگ‌ترین پیشرفت در حداقل بیج سال اخیر است.

م.رع.: آنها چه کردند؟

را.: نمی‌توانم به شما بگویم.

م.رع.: می‌فهمم. آیا شما فکر می‌کنید از پژوهش در حوزه شما به قدر کفايت پشتیبانی می‌شود؟

را.: به قدر کفايت؟ حتی حمایت لفظی هم به ندرت می‌شود. از بعضی از بهترین جوانان این حوزه پشتیبانی پژوهشی دریغ شده است. من هیچ شکی ندارم که با حمایت بیشتر می‌توانیم در مسأله تعیین پیشرفتهای سیار سریع‌تری داشته باشیم.

م.رع.: آیا هیچ راهی سراغ دارید که کار در حیطه شما به چیزی منجر شود که شهروندان عادی این کشور بتوانند درکش کنند؟

را.: نه.

م.رع.: مهندسان و دانشمندان چطور؟

را.: خیلی شک دارم.

م.رع.: در بین ریاضیدانان محض، آیا اکثریت به کار شما علاقه‌مند یا با آن آشنا خواهند بود؟

را.: نه، فقط اقلیت کوچکی چنین خواهند بود.

م.رع.: آیا اصلاً چیزی هست که بخواهید درباره کارتان بگویید؟

را.: همان یک جمله معمول مناسب است.

م.رع.: آیا نمی‌خواهید عامه مردم با کار شما همدلی داشته باشد و از آن حمایت کنند؟

را.: البته که می‌خواهم، اما اگر به معنای سبک کردن خودم نباشد.

م.رع.: سبک کردن خودتان؟

را.: درگیر شدن در شلوغ‌بازیهای روابط اجتماعی، این جور چیزها.

م.رع.: می‌فهمم. خب، باز هم تشکر بابت وقتی که به من دادید.

را.: مشکلی نیست. شما باید کارتان را بکنید.

خب، مسؤول روابط عمومی است دیگر. چه انتظاری می‌توان داشت؟ باید بینیم ریاضیدان ایده‌آل ما با دانشجویی که با سؤالی عجیب نزدش آمده چطور برخورد کرده است.

دانشجو: آقا، اثبات ریاضی چیست؟

را.: این را نمی‌دانی؟ چه سالی هستی؟

دانشجو: سال سوم تحصیلات تکمیلی.

را.: جل‌الحال! اثبات چیزی است که سه بار در هفته، برای سه سال، مرا در حال پرداختن به آن پای تخته تماشا کرده‌اید! اثبات همان است.

بین کهکشانی باشد ریاضی خواهد بود و اینکه صحبت از هوش ریاضی مستقل از اندیشه‌ها و اعمال انسانی معا دارد. به علاوه، این را بدیهی می‌انگارد که نمایش دودویی و عدد حقیقی بی هر دو بخشی از نظام ذاتی عالم‌اند. او اذعان خواهد کرد که هیچ‌یک از اینها شیئی طبیعی نیست، اما اصرار خواهد داشت که اینها کشف شده‌اند، نه ابداع. کشف اینها، به صورتی که ما می‌شناسیم، گریزناپذیر است اگر کسی آنقدر از حد جلیکهای اولیه بالاتر رفته باشد که با کهکشانهای دیگر (یا حتی با منظومه‌های شمسی دیگر) ارتباط برقرار کند.

یکبار گفتگویی دیگر بین ریاضیدان ایده‌آل و یک کلاسیک‌دان شکاک صورت گرفت.

ک.ش.: شما همان‌گونه به خمها و اعدادات باور دارید که مبلغان مسیحی به صلیب‌هایشان. اگر مبالغی در سال ۱۵۰۰ به ماه رفته بود، صلیب را تکان می‌داد که به ساکنان ماه نشان دهد که مسیحی است، و انتظار می‌داشت که آنها هم در پاسخ نمادشان را تکان دهند.^۱ شما در مورد بسط بی خودتان خودپسندترید.

ر.ا.: خودپسند؟ این بسط را تا ۱۰۰،۰۰۰ رقم مکرراً بررسی کرده‌اند!

ک.ش.: من دیدهام که تو حتی با ریاضیدان امریکایی ای هم که با بازی تو با ابرمبعها آشنا نیست حرف چندانی برای گفتن نداری. تو برای ارتباط با یک فیزیکدان نظری گام اول را هم نمی‌توانی برداری؛ تو بیشتر از آنچه او می‌تواند مقالات تو را بخواند نمی‌توانی مقلاش را بخوانی. مقلاات پژوهشی ای در حوزه خودت که پیش از ۱۹۱۰ نوشته شده‌اند همان قدر برای تو غیرقابل فهم‌اند که وصیت‌نامه توتان خامن. آخر به کدام دلیل فکر می‌کنی می‌توانی با هوشمندان فراکهکشانی ارتباط برقرار کنی؟

ر.ا.: اگر من تو نوام، چه کسی می‌تواند؟

ک.ش.: هر کس دیگری! آیا زندگی و مرگ، عشق و تنفس، شادمانی و نومیدی محتمل‌تر نیست پیامهایی جهانی باشد تا فرمول خشک بی‌روحی که هیچ‌کس غیر از خودت و چند صد نفر مثل خودت آن را از دان مرغ در حیاط مزرعه تشخیص نمی‌دهد؟

ر.ا.: علت اینکه فرمولهای من برای ارتباط بین کهکشانی مناسب‌اند همین است که برای ارتباطات زمینی چندان مناسب نیستند. محتوی آنها خاکی نیست. مستقل از ویژگیهای خاص انسان است.

ک.ش.: معتقد نیستم که آن مبلغ هم دقیقاً همین را درباره صلیبیش می‌گفت، اما احتمالاً چیزی می‌گفت کاملاً نزدیک به این، و مطمئناً همین قدر مهم.

در پس طرحهای بالا منظور بدخواهانهای نبود؛ در واقع اینها را در مورد مؤلفان حاضر هم می‌توان گفت. اما این حقیقت بسیار بدیهی است و نتیجتاً ۱. بستگید با وصف سفر اکتشافی کورونادو به سیبولا، در سال ۱۵۴۰: «... حدود هشتاد

سوار در طلایه بودند به اضافة بیست و پنج یا سی پاده و تعداد کثیری از متحдан سرخ بودست. همه کشیشها با گروه امده بودند، زیرا هیچ کدام نمی‌خواستند پشت سپاه باقی بمانند. وظيفة آنان سر و کله زدن با سرخپستان مهربانی بود که ممکن بود با آنها مواجه شوند، و آنها مخصوصاً حامل صلیب بودند، نمادی که ... قبلًا بر ساکنان مسیر تأثیر گذاشته بود» (II. E. Bolton, *Coronado*, University of New Mexico Press, 1949).

دانشجو: اطمینان دارید؟

ر.ا.: خب، اگر در این کار هیچ استعدادی نداشته باشد ممکن است که نفهمید. این هم ممکن است اتفاق بیفتد.

دانشجو: پس شما می‌دانید که تعیین می‌کنید اثبات چیست، و اگر من یاد نگیرم که به همین شیوه درباره اثبات حکم کنم، شما حکم می‌کنید به اینکه من هیچ استعدادی ندارم.

ر.ا.: اگر من تعیین نکنم، چه کسی بکند؟

بعد، ریاضیدان ایده‌آل یک فیلسوف پوزیتیویست را ملاقات کرد.

ف.پ.: این افلاطون مشربی شما واقعاً عجیب است. احمق‌ترین دانشجوی لیسانس این‌قدر می‌داند که نباید اعیان را تکثیر کرد، و شما در اینجا نه فقط چند تا، که بینهایتهای ناشمارا بی از آنها دارید! و هیچ‌کس جز شما و رفاقتیان چیزی درباره آنها نمی‌داند! فکر می‌کنید چه کسی را دارید دست می‌اندازید؟

ر.ا.: من به فلسفه علاقه‌مند نیستم. من ریاضیدان.

ف.پ.: تو به همان بدی آن شخصیت مولیر هستی که نمی‌دانست نظر می‌گوید! تو با آن «اثبات‌های دقیق وجودی»^۲ ات مرتكب مهمل‌گویی فلسفی شده‌ای. آیا نمی‌دانی چیزی که وجود دارد باید مشاهده شود، یا حداقل مشاهده‌پذیر باشد؟

ر.ا.: بین، من فرصت ورود به مناقشات فلسفی را ندارم. راستش را بخواهی، من شک دارم شما جماعت بدانید درباره چه چیزی دارید صحبت می‌کنید؛ و گرنه می‌توانستید به شکل دقیقی بیانش کنید که من بتوانم آن را فهمم و استدلالاتان را بررسی کنم. در مورد افلاطون مشرب بودن من، این فقط استعاره‌ای سودمند است. من هیچ وقت فکر نکرده‌ام ابرمبعها وجود دارند. وقتی می‌گوییم وجود دارند، منظور فقط این است که اصول موضوع مربوط به ابرمبعها مدلی دارد. به عبارت دیگر، هیچ تناقض صوری ای نمی‌توان از آنها استنتاج کرد، و لذا، طبق سنت متعارف ریاضی، آزادیم که وجودشان را فرض بگیریم. کل جریان واقعاً هیچ معنایی ندارد، صرفاً بازی ای است، مثل شترنج، که آن را با اصول موضوع و قواعد استنتاج انجام می‌دهیم.

ف.پ.: خب، من نمی‌خواستم خیلی تند با شما برخورد کنم. من مطمئن هستم اینکه فکر کنید دارید درباره چیزی واقعی صحبت می‌کنید در تحقیقاتتان به شما کمک می‌کند.

ر.ا.: من فیلسوف نیستم، فلسفه حوصله‌ام را سر می‌برد، شما مشاجره می‌کنید، مشاجره می‌کنید، و هیچ وقت به جایی نمی‌رسید. کار من اثبات قضایاست، نه نگرانی در مورد معنای آنها.

ریاضیدان ایده‌آل احساس آمادگی می‌کند که اگر موقعیتی پیش آید، با هوشمندی فراکهکشانی ملاقات کند. نخستین نلاش او برای برقراری ارتباط این خواهد بود که نخستین چند صد رقم در سیستم دودویی بی رابنوسید و یا به نحو دیگری منتقل کند. او این را بدیهی می‌انگارد که هر هوشی که قادر به ارتباط

اگر چنین کسی نظام ما را بپذیرد، و وارد دو یا سه سال مطالعه بعد از لیسانس در ریاضیات شود، روش تفکر ما را فرامی‌گیرد، و دیگر بیگانه منتقدی نیست که زمانی بود. به همین طریق یک منتقد سایتولوژی^۱ هم که چندین سال به «مطالعه» تحت نظر «مقامات صاحب صلاحیت» سایتولوژی قرار گرد ممکن است به جای منتقد معتقد شود.

اگر داشتجویی از فراگرفتن روش تفکر ما ناتوان باشد، البته ردش می‌کنیم. اگر راه پرمانع ما را طی کند و متقاعد شود که استدلالهای ما نامفهوم یا ناصحیح است، او را بعنوان غیرعادی، دیوانه، یا یک وصلة ناجور طرد می‌کنیم. طبیعتاً هیچ‌کدام اینها ثابت نمی‌کند که ما حق نداریم این برداشت را از خودمان داشته باشیم که روش قابل اعتمادی برای کشف حقایق عینی داریم. اما باید کسی درنگ کنیم تا دریابیم که، خارج از جرگه‌مان، بسیاری از آنچه می‌کنیم غیر قابل درک است. راهی نیست که بتوانیم شکاک با اعتماد به نفسی را متقاعد کنیم که آنچه داریم درباره‌اش صحبت می‌کنیم معنا دارد، چه رسد به اینکه «وجود» داشته باشد.

1. scientology

بسادگی فراموش شده است که کار ریاضی ای که ریاضیدان—بی‌شک در نتیجه آشنایی طولانی—مفروض می‌گیرد، از دیدگاه فرد غریبه پدیده‌ای است اسرارآمیز و تقریباً توضیح ناپذیر. در این مورد، غریبه می‌تواند فردی عادی، یک همکار دانشگاهی، یا حتی دانشمندی باشد که در کار خودش از ریاضیات استفاده می‌کند.

ریاضیدان معمولاً تصور می‌کند که نظر خودش درباره خودش تنها چیزی است که باید لحاظ شود. آیا اجازه همین ادعا را به هر حرفة رازآمیز دیگر هم می‌دهیم؟ یا توصیف بی طرفانه‌ای از فعالیتهاش توسط بیگانه تیزبین مطاعنی بیشتر قابل اعتماد خواهد بود تا توصیف فردی از اهل آن حرفة که ممکن است از توجه یافتن به—تا چه رسد به زیر سوال بردن—باورهای جرگه‌اش ناتوان باشد؟ ریاضیدانان می‌دانند که در حال مطالعه حقیقتی عینی‌اند. در نظر فرد بیگانه، به نظر می‌آید که آنان مشغول ارتباطی رازآمیز با خودشان و دسته کوچکی از دوستانشان هستند. جگونه ما—در مقام ریاضیدان—می‌توانیم برای بیگانه‌ای شکاک اثبات کنیم که قضایای ما در خارج از محفل خودمان معنایی دارند؟