یانگ و ریاضیات معاصر•

دیانژو ژانگ
ترجمهٔ مجید حسینی

چن نینگ یانگ، یکی از بزرگترین فیزیکدانان نظری قرن بیستم، در سال ۱۹۵۷ به‌همراه تسونگ، دائو لی به‌خاطر کشف عدم بقای تقارن در بازتاب فضایی[1]، جایزهٔ نوبل فیزیک را برد. ولی ریاضیدانها یانگ را بیشتر به‌خاطر نظریهٔ یانگ‌میلز و معادلات یانگ‌باکستر می‌شناسند. در میان فیزیکدانان قرن بیستم، یانگ شاید پس از اینشتین و دیراک بیشترین تأثیر را در تحول و پیشرفت ریاضیات داشته باشد. نویسندهٔ این مقاله در سال ۱۹۹۱ مصاحبه‌ای با یانگ انجام داده و این مقاله را بر اساس یادداشتهایش از این مصاحبه و کتابها و مقاله‌های منتشر شدهٔ یانگ نوشته است.

روابط اولیهٔ یانگ و چرن

یانگ در سال ۱۹۲۲ در هِفی، شهر متوسطی در شرق چین، متولد شد. پدرش کوچون یانگ، ابتدا در دانشگاه تسینگهوا (کینگهوای فعلی) در پکن و سپس در دانشگاه فودان در شانگهای، استاد ریاضیات بود. یانگ پدر دکتری خود را در سال ۱۹۲۸ از دانشگاه شیکاگو در زمینهٔ نظریهٔ اعداد و زیر نظر دیکسن گرفته بود. کوچون یانگ که یکی از اولین مروجان ریاضیات جدید در چین به‌شمار می‌رود، بسیاری از دانشجویان با استعداد را تعلیم داد؛ در میان آنها دو تن بعدها به‌شهرت رسیدند: لو کِنگ‌هوا و شینگ شن چرن.

ژانگ: اولین باری که با پروفسور چرن آشنا شدید چه موقعی بود؟

یانگ: یادم نمی‌آید که او را در سالهای ۱۹۳۰ ـ ۱۹۳۴ زمانی که در دانشگاه کینگهوای پکن، یعنی محل کار پدرم، دانشجوی کارشناسی ارشد بود ملاقات کرده باشم. ولی خوب به یاد دارم که چه موقع و چگونه برای اولین‌بار با خانم چرن آشنا شدم. اوایل اکتبر ۱۹۲۹ بود. پدر او، پروفسور تسن، چند سالی بود که در دانشگاه کینگهوا استاد ریاضیات بود و خانوادهٔ یانگ در پاییز آن سال جزو تازه واردان بودند. من هفت سالم بود و به مدرسهٔ ابتدایی می‌رفتم. خانودهٔ تسن ما را برای شام به منزل خود دعوت کردند و در این موقع بود که با همسر آیندهٔ چرن آشنا شدم. خانواده‌های تسن و یانگ خیلی با یکدیگر صمیمی بودند و برای والدین من مایهٔ خوشحالی فراوانی بود که جزو «واسطه‌ها»ی ازدواج چرن‌ها بودند. این ازدواج در ۱۹۳۹ در کومینگ صورت گرفت.

ژانگ: آیا هنگامی که دانشجوی دانشکدهٔ‌فیزیک دانشگاه کینگهوا بودید (۱۹۳۸ـ۱۹۴۲) از چرن ریاضیات آموختید؟

یانگ: هنگامی که چرن در ۱۹۳۷ برای تدریس به چین بازگشت، به دلیل تجاوز ژاپن و بروز جنگ، دانشگاه کینگهوا و دانشگاههای پکن و نانکایی ادغام شده و دانشگاه ملی متحد جنوب غربی را در کومینگ تشکیل داده بودند. چرن از ۱۹۳۷ تا ۱۹۴۳ به مدت ۶ سال در این دانشگاه تدریس کرد. او استادی برجسته و محبوب بود. من در همان دانشگاه ابتدا دانشجوی کارشناسی و سپس دانشجوی کارشناسی ارشد بودم. خاطرات بسیار شیرینی از سالهای دوران دانشجوییم در آنجا دارم و به‌خاطر آموزش عالیی که از آن بهره‌مند شدم، سپاسگزارم. احتمالاً در بسیاری از کلاسهای ریاضی پروفسور چرن به‌طور غیررسمی شرکت کرده‌ام ولی رونوشتی از سوابقم که امروز در دست دارم نشان می‌دهد که فقط درس هندسهٔ دیفرانسیل را با او گرفته‌ام. این موضوع مربوط به پاییز ۱۹۴۰ می‌شود که دانشجوی سال سوم بودم.

ژانگ: حتماً این درس برای شما مفید بود.

یانگ: مسلماً. ولی امروز آن را خیلی واضح به یاد ندارم. تنها یک چیز در ذهنم مانده است: چگونه ثابت کنیم هر رویهٔ دوبعدی با صفحه همدیس است. می‌دانستم که چطور باید متریک را به صورت $A^2du^2 + B^2dv^2$ تبدیل کرد ولی مدتها نتوانسته بودم پیشرفت بیشتری بکنم. هنگامی که چرن به من گفت از متغیرهای مختلط استفاده کنم و بنویسم $Cdz = Adu + iBdv$، این گفته همچون آذرخشی در تاریکی بود و هیچگاه آن را فراموش نمی‌کنم.

ژانگ: چه موقع وارد ایالات متحده شدید؟

یانگ: در نوامبر ۱۹۴۵. امیدوار بودم بعد از آنکه به ایالات متحده رسیدم با فرمی یا ویگنر کار کنم. ولی فرمی را در کلمبیا، که تا قبل از ۱۹۴۲ در آنجا بود، نیافتم. به پرینستن رفتم و با تأسفی عمیق فهمیدم که در سال بعد دانشجویان در اکثر اوقات به ویگنر دسترسی نخواهند داشت. خوشبختانه خبردار شدم که فرمی به یک مؤسسهٔ جدیدالتأسیس در شیکاگو می‌پیوندد. به‌این دلیل بود که برای دورهٔ دکتریم به دانشگاه شیکاگو رفتم.

ژانگ: چرن مدت مدیدی در دانشگاه شیکاگو استاد بود.

یانگ: بله، ولی بعد از ۱۹۴۹، که من شیکاگو را ترک کرده بودم. اما بعد از آنکه چرن در اوایل ۱۹۴۹ دوباره به ایالات متحده بازگشت او را به

1. parity nonconservation

چن نینگ یانگ و پدر و مادرش

دفعات در پرینستن، شیکاگو و برکلی ملاقات کرده‌ام.

ژانگ: آیا در بارهٔ کلانهای تاری هم صحبت می‌کردید؟

یانگ: تا دههٔ ۱۹۷۰ خیر. ملاقاتهای اولیهٔ ما به صحبتهای دوستانه و غیرتخصصی می‌گذشت. دربارهٔ ریاضیدانان با یکدیگر صحبت می‌کردیم ولی در بارهٔ ریاضیات نه.

مقالهٔ ۱۹۵۴ یانگ ـ میلز

یانگ هنگامی که در کومینگ و شیکاگو در دوره‌های پس از کارشناسی تحصیل می‌کرد، خیلی تحت تأثیر این مطلب قرار گرفته بود که ناوردایی پیمانه‌ای، تمام برهمکنشهای الکترومغناطیسی را مشخص می‌کند. این مطلب در نتیجهٔ تحقیقات وایل، فاک و لندن در خلال سالهای ۱۹۱۸ـ۱۹۲۹ و همچنین از طریق مقالاتی که پائولی بعداً در مرور این کارها نوشت معلوم شده بود، ولی موضوعی بود که تا سالهای ۱۹۴۰ و اوایل دههٔ ۱۹۵۰ فقط نقشی جزئی و فنی در فیزیک داشت. در شیکاگو، یانگ سعی کرد تا مفهوم ناوردایی پیمانه‌ای را به گروههای غیرآبلی تعمیم دهد [پیمانهٔ الکترومغناطیس، گروه آبلی $U(1)$ است]. او به‌این منظور، در قیاس با معادلات ماکسول، معادلهٔ

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial B_\nu}{\partial x_\mu} \qquad (*)$$

را امتحان کرد که به‌نظرش تعمیم طبیعی معادلات ماکسول بود. اما این کار، به گفتهٔ خودش، به نتیجهٔ آشفته و درهمی انجامید و مجبور شد آن را رها کند. [۱، ص۱۹].

در سال ۱۹۵۴ هنگامی که یانگ میهمان آزمایشگاه ملی بروکهیون واقع در لانگ آیلند نیویورک بود یک بار دیگر به فکر تعمیم ناوردایی پیمانه‌ای افتاد. یانگ با میلز که در حال اتمام دورهٔ دکتری خود در دانشگاه کلمبیا بود دفتر کار مشترکی داشت. او فکر میدان پیمانه‌ای غیرآبلی را برای میلز مطرح کرد و تصمیم گرفتند که یک جملهٔ درجهٔ دوم به سمت راست (*) بیفزایند. با این‌کار، «آشفتگی» زدوده شد و یک نظریهٔ میدان جدید و زیبا به‌دست آمد. آنها در تابستان ۱۹۵۴ مقاله‌ای به فیزیکال ریویو ارائه کردند که در اکتبر آن سال با نام «بقای ایزوسپین و ناوردایی پیمانه‌ای ایزوتوپی» منتشر شد [۲]. میلز بعدها راجع به این دوران چنین نوشت:

> در طی سال تحصیلی ۱۹۵۳ـ۱۹۵۴ یانگ میهمان آزمایشگاه ملی بروکهیون بود ... من هم در بروکهیون بودم ... و دفتر کار من و یانگ یکی بود. او ـ که بارها سخاوت و بزرگواری خود را نسبت به فیزیکدانان جوان و تازه‌کار نشان داده است ـ دربارهٔ فکر خود راجع به تعمیم‌دادن ناوردایی پیمانه‌ای صحبت کرد و نسبتاً به تفصیل در آن‌باره بحث کردیم ... توانستم در پیشبرد بحثها مشارکت داشته باشم، علی‌الخصوص در مورد فرایند کوانتش و کمی هم در طراحی فرمالیسم آن؛ با وجود این ایده‌های اصلی همگی از آن یانگ بود [۳ ص۴۹۵].

ژانگ: در جایی خواندم که میلز در آن موقع در انگلستان بوده است.

> در سال ۱۹۵۴ یانگ در ایالات متحده و میلز در انگلستان صورتهای غیرخطی از معادلات ماکسول ساختند که شامل یک گروه غیرآبلی بود [۴، ص۴۶۳].

یانگ: این درست نیست. میلز در ۱۹۵۴ در ایالات متحده بود. او بعداً بارها به انگلستان سفر کرد ولی در ۱۹۵۴ خیر.

ژانگ: مایر در ۱۹۷۷ چنین گفت:

> با مطالعهٔ مقالهٔ یانگ‌ـمیلز معلوم می‌شود که معنای هندسی پتانسیلهای پیمانه‌ای بایستی برای نویسندگان آن روشن بوده باشد، زیرا که از مشتق ناوردای پیمانه‌ای و صورت خمیدگی التصاق استفاده کرده‌اند، و در واقع معادلات اساسی در آن مقاله با معادلاتی که از رهیافتی هندسی‌تر به‌دست می‌آیند سازگارند. ... [۵، ص۲۰].

آیا این درست است؟

یانگ: کاملاً غلط است. کاری که من و میلز در ۱۹۵۴ کردیم تعمیم نظریهٔ ماکسول بود. ما نمی‌دانستیم که نظریهٔ ماکسول معنای هندسی دارد و در آن جهت کار نمی‌کردیم. برای فیزیکدانان، پتانسیل پیمانه‌ای مفهومی است که از توصیف ما از میدان الکترومغناطیسی نشأت گرفته است. التصاق مفهومی هندسی است که من تازه در حدود ۱۹۷۰ آن را فراگرفتم. برای فیزیکدانان، این مطلب که معادلات ماکسول معنای هندسی عمیقی دارند کشف غیرمنتظره‌ای بود.

ژانگ: سؤال جالبی که پیش می‌آید این است که آیا شما در ۱۹۵۴ متوجه اهمیت فوق‌العادهٔ مقالهٔ اولیه‌تان دربارهٔ نظریهٔ پیمانه‌ای غیرآبلی بودید؟

یانگ: نه. در سالهای ۱۹۵۰ فقط زیبایی کارمان را دریافته بودیم. در سالهای ۱۹۶۰ به اهمیت آن پی بردم و در سالهای ۱۹۷۰ اهمیت عظیم آن در فیزیک را درک کردم. ارتباط آن با موضوعات عمیق ریاضی پس‌تاز ۱۹۷۴ بر من آشکار شد.

ژانگ: همه می‌دانند که برای اولین بار، وایل ایدهٔ نظریهٔ پیمانه‌ای آبلی را عنوان کرد. چرا در مقالهٔ شما ذکری از کار او نشده بود؟

یانگ: در دهه‌های ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ فیزیکدانان می‌دانستند که وایل

ایدهٔ پیمانهٔ آبلی را مطرح کرده ولی همیشه به مقالات مروری پائولی ارجاع می‌دادند ([۶] و [۷]). من در آن موقع هیچ‌کدام از مقالات وایل را نخوانده بودم

ژانگ: آیا شما وایل را در پرینستن ملاقات کردید؟

یانگ: مسلماً. الان به شما نشان می‌دهم که دربارهٔ این موضوع در سخنرانیم در زوریخ به مناسبت بزرگداشت یکصدمین سالگرد تولد وایل (در ۱۹۸۵) چه گفته‌ام:

> وایل را در ۱۹۴۹ هنگامی که به‌عنوان یک «عضو» جوان به موسسهٔ مطالعات عالی در پرینستن رفته بودم ملاقات کردم. در سالهای بعد، ۱۹۴۹ـ۱۹۵۵، او را بعضی وقتها می‌دیدم. خیلی خوش‌برخورد بود، ولی به‌خاطر ندارم که هیچ‌وقت دربارهٔ ریاضیات و فیزیک با او صحبت کرده باشم. فیزیکدانها از علاقه و توجه مداوم او به ایده میدانهای پیمانه‌ای اطلاع نداشتند. پائولی و اوپنهایمر هیچ‌گاه صحبتی از این موضوع نمی‌کردند. گمان می‌کنم که آنها دربارهٔ مقالات ۱۹۵۴ میلز و من هم به وایل چیزی نگفته بودند. اگر گفته بودند، یا وایل به‌گونه‌ای مقالهٔ ما را می‌دید، تصور می‌کنم که خشنود و هیجان‌زده می‌شد، زیرا ما چیزهایی را که علاقهٔ عمیقی به آنها داشت گرد هم آورده بودیم: ناوردایی پیمانه‌ای و گروههای لی غیرآبلی [۸، ص۱۹ـ۲۰].

ژانگ: در این مقالهٔ زیبای شما راجع به وایل، خواندم که او نظریهٔ دوتؤلفگی نوترینو را به‌وجود آورده است.

یانگ: درست است. او در ۱۹۲۹ مطالبی دربارهٔ این نظریه نوشت و اشاره کرد که تقارن راست‌ـچپ در آن رعایت نمی‌شود و بنابراین در طبیعت تحقق نمی‌یابد. در حدود ۳۰ سال بعد، در ۱۹۵۶ـ۱۹۵۷، وقتی که فهمیدند که به هر تقدیر تقارن راست‌ـچپ در همهٔ موارد مراعات نمی‌شود، نظریهٔ وایل دوباره رواج یافت. این نظریه هنوز هم نظریهٔ درست نوترینو است. اتفاقاً دو سال بعد از اینکه وایل فوت کرد ما خانهٔ او را در پرینستن خریدیم و ۹ سال در آن زندگی کردیم: ۱۹۵۷ تا ۱۹۶۶.

ژانگ: عکس‌العمل وایل در قبال اخبار مربوط به درست درآمدن نظریهٔ نوترینویش چه بود؟

یانگ: متأسفانه وایل دو سال قبل از رویداد مهیجی که در سال ۱۹۵۷ در فیزیک رخ داد درگذشت. اوایل آن سال اعلام شد که تقارن راست‌ـچپ در همهٔ موارد رعایت نمی‌شود، یعنی، تقارن در بازتاب فضایی به‌طور اکید پایسته نیست. پس از آن نظریهٔ وایل دوباره رواج یافت. این نظریه به‌خوبی با آزمایشهای مربوط به واپاشی میو (μ) [۱] همخوان بود. در طی شش‌ماه بعد سردرگمی زیادی در مورد واپاشی بتا وجود داشت. این سردرگمی ناشی از این مسأله بود که معلوم نبود نوترینوی وایل راستگرد است و یا چپگرد. در پاییز آن سال طرح V-A برای ساختار واپاشی بتا پیشنهاد شد. در دسامبر، آزمایش هوشمندانه‌ای انجام شد که همه چیز را، ازجمله این را که نوترینوی وایل چپگرد است، روشن کرد.

وایل ۳۷ سال از یانگ مسنتر بود. آنها به نسلهای علمی جداگانه‌ای تعلق داشتند، ازکشورهای متفاوتی آمده بودند و در رشته‌های جداگانه‌ای کار می‌کردند. آیا می‌توان گفت که وایل ریاضیدانی بود که عمیقاً فیزیک را درک می‌کرد و یانگ فیزیکدانی است که عمیقاً ریاضیات را درک می‌کند؟

نظریهٔ یانگ‌ـمیلز و هندسه

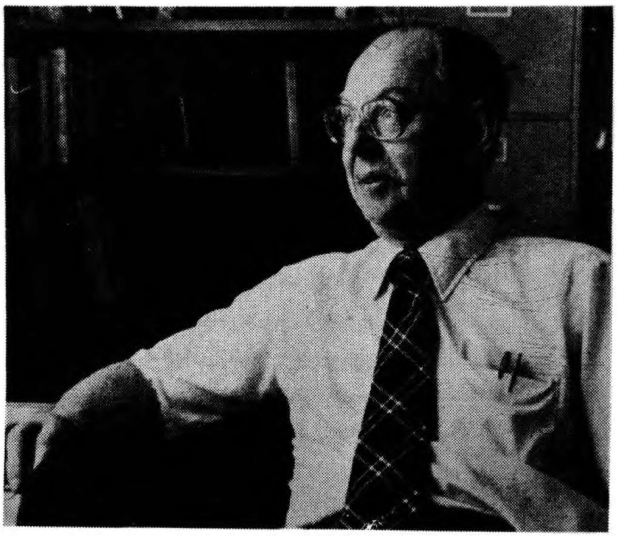
پس از انتشار مقاله‌ای که یانگ و میلز نوشتند، مقالات زیادی در زمینهٔ کوانتش و بازبهنجارش[2] نظریه‌های پیمانه‌ای و یافتن جوابهای معادلات یانگ‌ـمیلز انتشار یافت. عدهٔ نسبتاً کمی به جنبه‌های هندسی و توپولوژیک نظریه‌های پیمانه‌ای توجه کردند. در میان این عده می‌توان از مندلستام (۱۹۶۲)، لوبکین (۱۹۶۳) و لوس (۱۹۶۷) نام برد. اضافه بر این، هرمان یک سری کتاب ریاضی برای فیزیکدانان منتشر کرد که تعدادی از آنها دربارهٔ این موضوع بود. به نظر می‌رسد که هیچ‌کدام از آینها تأثیر چندانی به‌جای نگذاشته باشد. از یانگ دربارهٔ تجربهٔ خود او در پی‌بردن به رابطهٔ میان نظریهٔ پیمانه‌ای و هندسه سؤال کردم.

ژانگ: آیا شما پس از ۱۹۵۴ به‌طور مداوم در نظریهٔ پیمانه‌ای تحقیق می‌کردید؟

یانگ: بله. باوجود اینکه نظریهٔ پیمانه‌ای غیرآبلی در دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ هیچ کاربرد عملی در فیزیک نداشت، دقت و زیبایی آن به‌تدریج بیشتر و بیشتر درک می‌شد. مثلاً در ۱۹۶۴ ایوانتکو مجموعه‌ای از ترجمهٔ روسی ۱۲ مقاله دربارهٔ نظریهٔ پیمانه‌ای نوشتهٔ یانگ و میلز، لی و یانگ، ساکورای، گل‌ـمان و دیگران را منتشر کرد. من خودم در تمام دههٔ ۱۹۵۰ به تحقیق در وجوه مختلف میدانهای پیمانه‌ای ادامه دادم ولی نتایج مفید زیادی به‌دست نیاوردم.

در اواخر دههٔ ۱۹۶۰، شروع کردم به فرمولبندی میدانهای پیمانه‌ای با یک روش جدید، یعنی از طریق عاملهای انتگرال‌پذیر فاز. یک ترم که نسبیت عام درس می‌دادم، تصادفاً متوجه شدم که فرمول

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial B_\nu}{\partial x_\mu} + i\epsilon(B_\mu B_\nu - B_\nu B_\mu) \qquad (۱)$$



رابرت میلز

۱. منظور mu-mason یا muon است که یکی از ذرات بنیادی است.ـم.

2. renormalization

در نظریهٔ پیمانه‌ای و فرمول

$$R^l_{ijk} = \frac{\partial}{\partial x^j}\begin{Bmatrix} l \\ ik \end{Bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x^k}\begin{Bmatrix} l \\ ij \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m \\ ik \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} l \\ mj \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} m \\ ij \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} l \\ mk \end{Bmatrix} \quad (۲)$$

در هندسهٔ ریمانی، فقط شبیه یکدیگر نیستند بلکه با تشخیص نمادهای معادل در این دو، پی می‌بریم که دو فرمول یکی هستند. توصیف شور و هیجانی که از فهمیدن این نکته به من دست داد، برایم مشکل است.

ژانگ: آیا این اولین باری بود که به رابطهٔ بین نظریهٔ پیمانه‌ای و هندسهٔ دیفرانسیل پی می‌بردید؟

یانگ: متوجه شباهت بین تغییر مکان موازی لوی‌چیویتا و عاملهای انتگرال‌ناپذیر فاز در میدانهای پیمانه‌ای شده بودم. ولی رابطهٔ دقیق را موقعی درک کردم که فهمیدم (۱) و (۲) یک چیزند.

پس از آنکه ارزش معنای هندسی نظریهٔ پیمانه‌ای را دریافتم با جیم سایمونز، هندسه‌دانی برجسته که در آن موقع سرپرست دانشکدهٔ ریاضی استونی بروک بود، مشورت کردم. او گفت که نظریهٔ پیمانه‌ای باید با التصاقهای روی کلافهای تاری ارتباط داشته باشد. بعد سعی کردم که نظریهٔ کلافهای تاری را از روی کتابهایی نظیر توپولوژی کلافهای تاری نوشتهٔ استینراد یاد بگیرم ولی چیزی نفهمیدم. زبان ریاضیات جدید برای فیزیکدانها بسیار بی‌روح و مجرد است.

ژانگ: فکر می‌کنم که فقط ریاضیدانها زبان ریاضی امروز را می‌فهمند.

یانگ: داستانی دربارهٔ این موضوع برای شما تعریف می‌کنم. در حدود ۱۰ سال پیش در سئول پایتخت کرهٔ جنوبی، سخنرانیی راجع به فیزیک کردم. به‌شوخی گفتم «تنها دو نوع کتاب ریاضی جدید وجود دارد: یکی آنکه بیشتر از صفحهٔ اولش را نمی‌شود خواند و دیگری آنکه بیشتر از جملهٔ اولش را نمی‌توان خواند». متمتیکال اینتلیجنسر بعداً این لطیفهٔ مرا چاپ کرد. ولی به گمانم بسیاری از ریاضیدانان با من هم‌عقیده‌اند.

ژانگ: چه موقع نظریهٔ کلافها را درک کردید؟

یانگ: در اوایل سال ۱۹۷۵ از جیم سایمونز دعوت کردم تا برای ما یک رشته سخنرانی دربارهٔ صورتهای دیفرانسیل و نظریهٔ کلافها ایراد کند. او لطف کرد و این دعوت را پذیرفت و ما مطالبی دربارهٔ قضیهٔ دورام، صورتهای دیفرانسیل، وصله‌کردن[1] و غیره یاد گرفتیم. این سخنرانیها خیلی مفید بود و برای ما این امکان را فراهم کرد که معنای ریاضی آزمایش آخارونوف‌ـبوهم و قاعدهٔ کوانتش دیراک برای تک‌قطبیهای مغناطیسی و الکتریکی را بفهمیم. من و تسائو بعدها قضیهٔ بنیادی و بسیار کلی چرن‌ـویل را نیز فهمیدیم. در بازنگری به گذشته می‌بینم از طریق این سخنرانیها بود که من مفهوم خمینه را، که سابقاً تصور خیلی مبهمی از آن داشتم، آموختم.

یانگ، سینگر، و اتیا

سخنرانیهای سایمونز به وو و یانگ کمک کرد تا مقالهٔ مشهور «مفهوم عاملهای انتگرال‌ناپذیر فاز و فرمولبندی سراسری میدانهای پیمانه‌ای» [۹] را بنویسند. آنها در این مقاله به تحلیل معنای ذاتی الکترومغناطیس، به‌خصوص با

1. patching

جدول ۱. ترجمهٔ اصطلاحات

اصطلاح نظریهٔ پیمانه‌ای	اصطلاح کلافی
پیمانه (یا پیمانهٔ سراسری)	کلاف اصلی مختصاتی
نوع پیمانه	کلاف تاری اصلی
پتانسیل پیمانه‌ای b^k_μ	التصاق روی یک کلاف تاری اصلی
S_{ab}	تابع گذر
عامل فاز Φ_{QP}	تغییر مکان موازی
قدرت میدان $f^k_{\mu\nu}$	خمیدگی (انحنا)
چشمه J^k_μ	؟
الکترومغناطیس	التصاق روی یک کلاف $U_1(1)$
میدان پیمانه‌ای ایزوسپین	التصاق روی یک کلاف SU_2
کوانتش تک‌قطبی دیراک	رده‌بندی کلاف $U_1(1)$ با توجه به اولین ردهٔ چرن
الکترومغناطیس بدون تک‌قطبی	التصاق روی یک کلاف $U_1(1)$ بدیهی
الکترومغناطیس با تک‌قطبی	التصاق روی یک کلاف $U_1(1)$ نابدیهی
	منبع: [۹]

تأکید بر ارتباط آن با توپولوژی سراسری، پرداختند؛ و معنای ریاضی آزمایش آخارونوف‌ـبوهم و تک‌قطبی مغناطیسی دیراک را مورد بحث قرار دادند؛ و واژه‌نامه‌ای همانند آنچه در جدول ۱ آمده، ارائه کردند.

شش‌ماه بعد، در تابستان ۱۹۷۶، سینگر از ام. آی. تی به استونی بروک رفت و دربارهٔ جزئیات این مطالب با یانگ بحث کرد. سینگر در دههٔ ۱۹۴۰ دانشجوی کارشناسی فیزیک و دانشجوی پس از کارشناسی در ریاضیات بود. او در ۱۹۸۵ در مقاله‌ای چنین نوشت:

> **سی‌سال بعد، در آکسفرد، سخنرانیی دربارهٔ نظریه‌های پیمانه‌ای کردم که از واژه‌نامهٔ وو و یانگ شروع می‌شد و با اینستانتون‌ها، یا به‌عبارت دیگر، التصاقهای خوددوگان خاتمه می‌یافت. گفتن اینکه پس از سی‌سال مطالعهٔ ریاضیات خودم را آمادهٔ بازگشت به فیزیک احساس می‌کردم، چندان درست نیست [۱۰، ص ۲۰۰].**

سینگر به‌منظور شرح دستاوردهای دههٔ قبل، واژه‌نامهٔ وو-یانگ را در این مقاله آورد.

در طی آوریل و مه ۱۹۷۷، پیش‌چاپ نوشته‌ای از اتیا، سینگر و هیتچین به‌وسیلهٔ آکسفرد-برکلی-ام. آی. تی انتشار یافت. در این مقاله، قضیهٔ شاخص اتیا-سینگر در مسألهٔ میدانهای پیمانه‌ای خوددوگان به‌کار برده شده بود. به این ترتیب بود که بسیاری از ریاضیدانها به میدانهای پیمانه‌ای علاقه‌مند شدند.

اتیا در ۱۹۷۹ جزوه‌ای به‌نام هندسهٔ میدانهای یانگ-میلز منتشر کرد [۱۲]. جلد پنجم مجموعهٔ آثار وی عنوان فرعی «نظریه‌های پیمانه‌ای» را دارد. نسخه‌ای از این جلد را که اتیا آن را امضا کرده بود در قفسهٔ کتاب دفتر کار یانگ در استونی بروک یافتم. اتیا در مقدمهٔ این جلد چنین نوشته است:

> از ۱۹۷۷ به بعد علاقهٔ من به نظریه‌های پیمانه‌ای و ارتباطهای بین هندسه و فیزیک جلب شد. سالیان درازی بود که علاقهٔ مختصری به فیزیک نظری داشتم و در بسیاری از مواقع بحثهای طولانی که با جورج مکی[1] داشتم این علاقه را تقویت می‌کرد. ولی در ۱۹۷۷ محرک من دو منبع دیگر بود. از یک‌طرف سینگر دربارهٔ معادلات یانگ-میلز با من صحبت کرد، که به‌خاطر نفوذ و اعتبار یانگ به‌تدریج در محافل ریاضی مطرح می‌شد؛ در اوایل سال ۱۹۷۷ در طی اقامت

1. Mackey

سینگر در آکسفرد، من و او و هیچین معادلات خوددوگانی را به‌طور جدی مطالعه کردیم. فهمیدیم که بااستفاده از فرمول شاخص، تعداد پارامترهای اینستانتون به‌سادگی به‌دست می‌آید ... محرک دیگر، حضور راجر پنروز و گروهش در آکسفرد بود.

ژانگ: چرا در میانهٔ واژه‌نامه‌تان یک علامت سؤال قرار دادید؟

یانگ: زیرا ریاضیدانان مفهوم چشمه را، که برای فیزیکدانان بسیار آشنا و مهم است و معمولاً آن را با J نشان می‌دهند، بررسی نکرده بودند. این مفهوم در فرموله‌بندی ماکسول از قوانین کولن و آمپر نقش اساسی داشت. چشمه با نمادهای ریاضیات جدید عبارت است از

$$\text{چشمه} = J = *D*f$$

حالت بدون چشمه در

$$D*f = 0$$

صدق می‌کند که اگر $f = \pm *f*$، این شرط برقرار می‌شود؛ و به این علت بود که ریاضیدانان و فیزیکدانان به بررسی میدانهای پیمانه‌ای خوددوگان کشانده شدند.

ژانگ: حکایت بسیار جالبی است. مطالعهٔ میدانهای پیمانه‌ای خوددوگان بعداً به نتایج ریاضی بسیار زیبایی انجامید، ازجمله، نتیجه‌ای که دانلدسن به‌دست آورد و به‌خاطر آن برندهٔ مدال فیلدز شد [پایینتر را ملاحظه کنید].

یانگ: بله. این ماجرا مثال تازه‌ای است از اینکه چگونه ریاضیدانان مفاهیم را از فیزیک به دست می‌آورند. این کار در سده‌های گذشته [illegible] بود ولی متاسفانه اکنون به‌ندرت دیده می‌یابند چطور؟ به یاد دارید که

ژانگ: ایده‌های توصیه شده بود آنالیز تانسوری را مطالعه کند. آیا این سلیقه‌ای است که شما از سایمونز گرفتید؟

یانگ: ادراک عمیق و بصیرت عالی اینشتین به‌گونه‌ای بود که هیچ انسانی را نباید با او به هیچ صورتی مقایسه کرد. نحوهٔ استفاده از ریاضیات در نسبیت عام و در نظریهٔ پیمانه‌ای متفاوت بود. در نسبیت عام، اینشتین بدون استفاده از هندسهٔ ریمانی نمی‌توانست افکارش را فرمولبندی کند ولی در نظریهٔ پیمانه‌ای، معادلات نوشته شده بودند اما فهم ذاتی کلی آنها به‌کمک ریاضیات میسر شد.

ژانگ: محققان زیادی پیشتر اشاره کرده بودند که نظریهٔ پیمانه‌ای با نظریهٔ کلافها مرتبط است. چرا مقالات آنان به‌اندازهٔ مقالهٔ شما در محافل ریاضی تأثیر نگذاشت؟

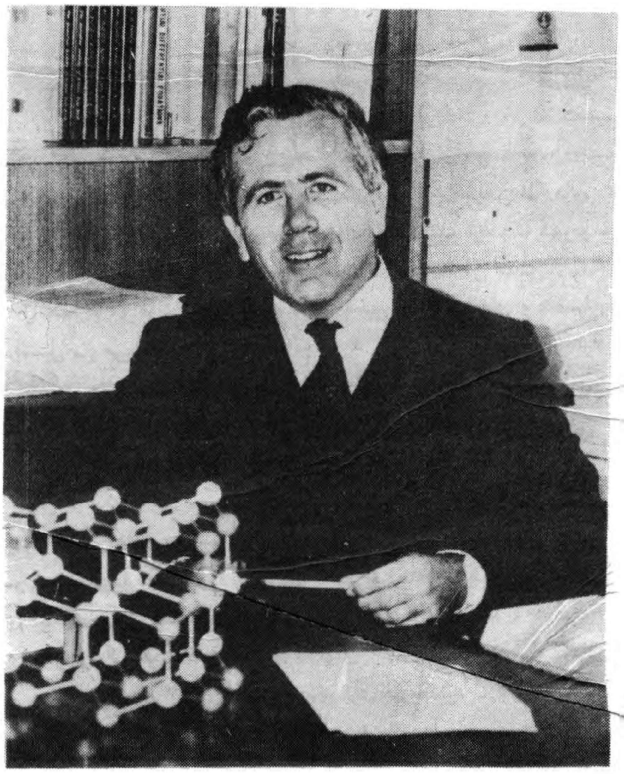
یانگ: ممکن است عوامل زیادی درکار بوده باشد. شاید کار آنها چنان صوری بوده که فیزیکدانان قادر به فهم آن نبوده‌اند. ممکن است موضوع به نظر ریاضیدانان بدیهی بوده باشد زیرا محتوای فیزیکی آن روشن نشده بوده است. در مورد مقاله‌ای که وو و من در ۱۹۷۵ نوشتیم باید بگویم بحثی که راجع به آزمایش آخارونوف‌ـبوهم و تک‌قطبیهای دیراک کردیم کمک کرد تا توجه عموم به آن جلب شود. اضافه بر این، واژه‌نامه هم مؤثر بود.

ژانگ: آیا تابه‌حال با سینگر و اتیا همکاری علمی داشته‌اید؟

یانگ: گهگاه ملاقاتهایی با آنها داشته‌ام ولی هیچ‌وقت کار تحقیقاتی با هم نکرده‌ایم.

معادلهٔ یانگ‌ـباکستر

ساختار ریاضی دیگری که یانگ در ریاضیات ارائه کرده معادلهٔ یانگ‌ـباکستر



باکستر

است که از تحقیقات او در مکانیک آماری سرچشمه گرفته است.

در ۱۹۶۷ یانگ درصدد یافتن ویژه‌تابعهای یک گاز فرمیون یک‌بعدی با برهمکنش تابع دلتا برآمد [۱۴]. مسألهٔ نسبتاً مشکلی بود. او این مسأله را حل کرد و نشان داد که یک اتحاد بسیار مهم در گامهای واسطه اثبات، معادله‌ای ماتریسی به‌صورت

$$A(u)B(u+v)A(v) = B(v)A(u+v)B(u) \qquad (**)$$

است.

چندسال بعد، باکستر[1] در حل مسألهٔ دیگری در فیزیک، یعنی مدل ۸رأسی [۱۵]، معادلهٔ (**) را به‌کار گرفت.

بسیاری از مراکز تحقیقاتی جهان هر دو مسیر را دنبال کردند، به‌خصوص در اتحاد شوروی که بیشترین تلاش برای این کار صرف شد. در سال ۱۹۸۰ فادیف اصطلاح رابطهٔ یانگ‌ـباکستر و یا معادلهٔ یانگ‌ـباکستر را وضع کرد که امروز در بین عموم رایج است. باتوجه به تعدادی از دستاوردهای مهیجی که در ۷،۶ سال اخیر در فیزیک و ریاضیات به‌دست آمده، روشن شده است که معادلهٔ یانگ‌ـباکستر ساختاری اساسی در ریاضیات است که با بسیاری از شاخه‌های ریاضی از قبیل نظریهٔ گرهها و تافته[2]ها، نظریهٔ عملگرها، نظریهٔ جبرهای هوپف، نظریهٔ گروههای کوانتومی، هندسه، خمینه‌های سه‌بعدی، مونودرومی، معادلات دیفرانسیل و غیره ارتباط دارد. دربارهٔ این موضوعات، متون بسیاری انتشار یافته و می‌یابد [۱۰ـ۱۲].

1. R.J. Baxter 2. braid

ژانگ: معادلهٔ یانگ‌ـباکستر فقط یک معادلهٔ سادهٔ ماتریسی است. پس چرا چنین اهمیتی دارد؟

یانگ: در ساده‌ترین وضعیت، معادلهٔ یانگ‌ـباکستر به‌صورت

$$ABA = BAB$$

است. این همان معادلهٔ اساسی آرتین برای گروه تافته‌هاست. روشن است که تافته سندی از سرگذشت جایگشتهاست. فهم اینکه سرگذشت جایگشتها مربوط به بسیاری از مسائل ریاضی و فیزیک می‌شود چندان مشکل نیست.

با نگاهی به تحولات ۷۰ سال اخیر این احساس به من دست داد که معادلهٔ یانگ‌ـباکستر پس از اتحاد ژاکوبی

$$C^i_{ab}C^j_{ic} + C^i_{ca}C^j_{ib} + C^i_{bc}C^i_{ia} = 0$$

فراگیرترین معادلهٔ جبری است. روشن است که مطالعهٔ اتحاد ژاکوبی منجر به پیدایش تمامی جبر لی و رابطهٔ آن با گروههای لی شد.

ژانگ: به‌نظر می‌رسد تأثیر معادلهٔ یانگ‌ـباکستر بر ریاضیات بیشتر از فیزیک باشد.

یانگ: این حرف فعلاً درست است. در واقع بعضی از فیزیکدانان معتقدند که معادلهٔ یانگ‌ـباکستر متعلق به ریاضیات محض است. ولی این عقیده به‌نظر من تغییر خواهد کرد. این معادله، ساختاری اساسی است و حتی فیزیکدانی هم که از آن خوشش نیاید نهایتاً باید آن را به‌کار ببرد. در دههٔ ۱۹۲۰ بسیاری از فیزیکدانان نظریهٔ گروهها را «آفتی به نام گروهها» می‌نامیدند. چنین نگرشی تا دههٔ ۱۹۳۰ ادامه یافت ولی بعداً از میان رفت.

مدالهای فیلدز ۱۹۸۶ و ۱۹۹۰

نظریهٔ یانگ‌ـمیلز و معادلهٔ یانگ‌ـباکستر هر دو نقش بارزی در قسمتهای اصلی و مرکزی ریاضیات امروز دارند. این نکته را از مدالهای فیلدزی نیز که در سالهای ۱۹۸۶ و ۱۹۹۰ اهدا شد می‌توان فهمید.

درکنگرهٔ جهانی ریاضیات در برکلی در سال ۱۹۸۶ به سایمن دانالدسن مدال فیلدز اهدا شد. اتیا دربارهٔ کار دانالدسن چنین گفت:

> نتیجه‌ای که دانالدسن به‌دست آورد همراه با کار مهم مایکل فریدمن (یکی دیگر از برندگان مدال فیلدز در ۱۹۸۶) ایجاب می‌کند که فضاهای چهاربعدی غریبی وجود دارند که به‌طور توپولوژیک با فضای اقلیدسی متعارف چهاربعدی $\mathbf{R}^4$ معادل‌اند ولی به‌طور مشتقپذیر با این فضا معادل نیستند ... نتایجی که دانالدسن به‌دست آورده از معادلات یانگ‌ـمیلز ناشی می‌شوند که به فیزیک نظری تعلق دارند و تعمیم غیرخطی معادلات ماکسول هستند. در حالت اقلیدسی، جوابی از معادلات یانگ‌ـمیلز، که مینیمم مطلق را به‌دست می‌دهد، اهمیت خاصی دارد و اینستانتون نامیده می‌شود [۱۹].

در سال ۱۹۹۰ چهار نفر برندهٔ مدال فیلدز شدند: دریننفلد، جونز، موری و ویتن. کار سه تن از آنان به نظریهٔ یانگ‌ـمیلز یا معادلهٔ یانگ‌ـباکستر، و یا هر دو، مربوط می‌شود. عبارات زیر برگرفته از گزارشهایی است که در کنفرانس توکیو ارائه شد:

> باید از کار بدیع دریننفلد همراه با منین در ساختن اینستانتونها یاد کنیم. اینستانتونها جوابهای معادلات یانگ‌ـمیلز هستند که خواص ذره‌گونهٔ اندازه و موضعیت را دارا هستند ... پس از آن دریننفلد به بررسی معادلهٔ یانگ‌ـباکستر علاقه پیدا کرد. [۲۰، ص ۱۲۱۰].
>
> جونز با تشخیص اینکه تحت شرایط ویژه‌ای جوابهای معادلهٔ یانگ‌ـباکستر را می‌توان در ساختن ناورداهای پیوندها به‌کار برد راه کاملاً جدیدی را گشود ... نظریهٔ گروههای کوانتومی، جبرهای هویف غیرجابجایی، را جیمبو و دریننفلد برای به‌دست‌آوردن جوابهای معادلات یانگ‌ـباکستر ابداع کرده‌اند. [۲۱، ص. ۱۲۱۰]
>
> ویتن، ناوردای دانالدسن و فلور را (که در ادامهٔ ایده‌های اتیا بود) به این‌صورت توصیف کرد و چندجمله‌ای جونز برای گره را به حالت یک خمینهٔ ۳ـبعدی داخواه تعمیم داد. [۲۲، ص ۱۲۱۴]

یک نکتهٔ جالب اینکه، عده‌ای شکایت می‌کردند که درکنفرانس بین‌المللی ریاضی ۱۹۹۰ (کیوتو) سخنرانیهای عمومی به‌شدت به مباحث فیزیک ریاضی گرایش داشتند:

> در همه جا آنچه که می‌شنیدیم این بود: گروه کوانتومی، گروه کوانتومی، گروه کوانتومی! [۲۳]

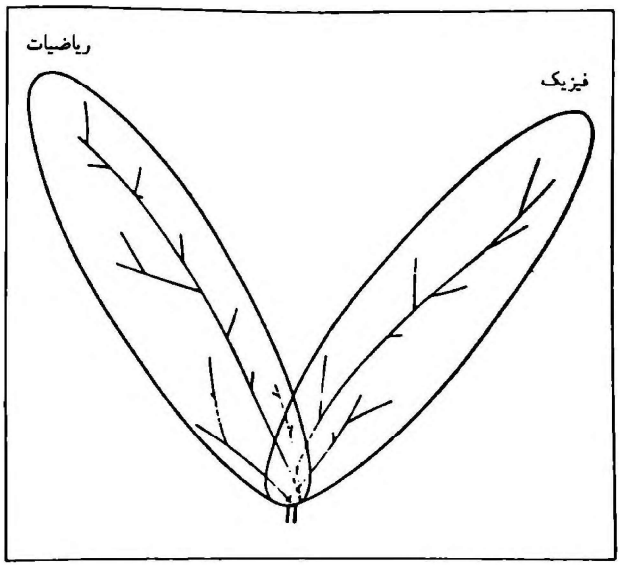
ریاضیات و فیزیک

ژانگ: چرا کارهای شما در فیزیک چنین تأثیر بزرگی بر ریاضیات داشته است؟

یانگ: البته پاسخ‌دادن به این سؤال بسیار مشکل است. شانس یک عامل است. پس از آن، دو نکتهٔ دیگر نیز احتمالاً مطرح‌اند. اول اینکه کسی که مسائل ساده را مطالعه می‌کند امکان بیشتری برای نزدیک‌شدن به ساختارهای اساسی ریاضیات دارد. دوم اینکه باید نحوهٔ ارزش‌گذاری در ریاضیات را تا حدودی درک کرد.

ژانگ: لطفاً در مورد نکتهٔ اول بیشتر توضیح دهید.

یانگ: در فیزیک نظری بیشتر مقالات به این‌صورت به‌وجود می‌آیند: A مقاله‌ای راجع به نظریه‌اش منتشر می‌کند. B می‌گوید که می‌تواند آن را بهبود بخشد. بعد C می‌گوید که B اشتباه کرده، و جریان به همین صورت ادامه می‌یابد. در بیشتر موارد معلوم می‌شود که فکر اولیهٔ A کاملاً نادرست و یا نامربوط است.



ژانگ: در محافل ریاضی هم وضع به‌همین صورت است.

یانگ: نه، نه. در آنجا وضع خیلی فرق می‌کند. قضایای ریاضی اثبات می‌شوند و یا باید بشوند. ولی در فیزیک نظری، کار ما یک نوع بازیِ حدس زدن است و حدسها هم عموماً نادرست‌اند.

ژانگ: باوجود این لازم است جدیدترین مطالبی را که منتشر می‌شوند مطالعه کنیم.

یانگ: مسلماً. مهم است که بدانیم محققان دیگری که در رشتهٔ ما کار می‌کنند دربارهٔ چه مطالبی فکر می‌کنند. ولی برای اینکه واقعاً پیشرفت کنیم باید مسائل اصیل و سادهٔ فیزیکی را در نظر بگیریم و نه حدسهای دیگران را.

ژانگ: آیا در ۱۹۵۴ شما و میلز همین کار را می‌کردید؟

یانگ: بله. ما از خودمان پرسیدیم «آیا می‌توانیم معادلات ماکسول را طوری تعمیم دهیم که قوانین کلی حاکم بر برهمکنشهای ذرات را به‌دست آوریم؟»

ژانگ: معادلهٔ یانگ‌ـباکستر چطور؟ در ۱۹۶۷ شما مشغول مطالعهٔ مسألهٔ بنیادی مهمی در فیزیک نبودید.

یانگ: درست است. ولی من یکی از ساده‌ترین مسائل ریاضی را که در مکانیک کوانتومی پیش می‌آید مطالعه می‌کردم: یک سیستم فرمیون در یک بعد با ساده‌ترین برهمکنش ممکن.

ژانگ: چرا روی «ساده‌ترین» تأکید می‌کنید؟

یانگ: زیرا هرچه مسأله ساده‌تر باشد به‌همان میزان احتمال اینکه تحلیل آن به یک ساختار ریاضی نزدیک باشد بیشتر است. می‌توانم مطلب را با ذکر مثالی روشن کنم: اگر یک استراتژی بردِ مبتنی بر ریاضیات در یکی از بازیهای شطرنج و یا وی.کی (که در ایالات متحده آن را با نام جدیدتر ژاپنی آن «گو» می‌شناسند) وجود داشته باشد، باید حتماً در وی‌کی باشد زیرا که از نظر قواعد، بازی ساده‌تر و ابتدایی‌تری است.

ژانگ: لطفاً دربارهٔ نکتهٔ دوم توضیح دهید.

یانگ: بسیاری از فیزیکدانان نظری مخالف معیارهای ریاضی هستند و یا حداقل تمایل دارند که ارزش ریاضیات را کمتر از آنچه هست جلوه دهند. من با این نگرش موافق نیستم. در جایی چنین نوشته‌ام:

> شاید به خاطر تأثیری که پدرم بر من داشته، من قدر ریاضیات را بیشتر می‌دانم و نحوهٔ ارزش‌گذاری در این رشته را قبول دارم. من زیبایی و توانمندی ریاضیات را ستایش می‌کنم: در مانورهای تاکتیکی آن پیچیدگی و خلاقیت است و در نبردهای استراتژیک آن پیروزیهای خارق‌العاده. و البته بزرگترین معجزه این است که بعضی از مفاهیم ریاضی، ساختارهای اساسی حاکم بر جهان فیزیکی را در اختیار ما می‌گذارند [۱، ص۷۴].

ژانگ: پدرتان از لحاظ ریاضی چه تأثیری بر شما گذاشته است؟

یانگ: به‌عنوان مثال، وقتی که در دبیرستان بودم پدرم مقدمات نظریهٔ گروهها را به من آموخت و من همیشه شیفتهٔ شکلهای زیبایی بودم که در کتاب اشپایزر دربارهٔ گروههای متناهی ـ که همیشه در قفسهٔ کتاب پدرم بود ـ آورده شده است. وقتی‌که بر روی پایان‌نامهٔ کارشناسیم کار می‌کردم او پیشنهاد کرد که مطالبی دربارهٔ گروههای متناهی بیاموزم و کتاب کوچکی در این زمینه به نام نظریهٔ جبری جدید نوشتهٔ دیکسن به من نشان داد که در یک فصل کوتاه ۲۰ صفحه‌ای، کلیات نظریهٔ مشخصه‌ها را بیان می‌کرد. دقت، زیبایی و توانمندی مفاهیم این فصل مرا با زیبایی و قدرت شگفت‌آور نظریهٔ گروهها

چرن و یانگ، ژنو، ۱۹۶۴

آشنا کرد.

ژانگ: گفته می‌شود که شما معلم ریاضیات بوده‌اید و همسرتان دانش‌آموز شما بوده است.

یانگ: بله. در سال تحصیلی ۱۹۴۴ـ۱۹۴۵ در دبیرستانی در کومینگ ریاضی درس می‌دادم و او در یکی از کلاسهای من بود. ولی همدیگر را به‌خوبی نمی‌شناختیم. چندین سال بعد به‌طور اتفاقی او را در پرینستن دیدم. تدریس ریاضیات در دبیرستان تجربهٔ جالبی بود، ولی هیچ ربطی به گرایش من به‌سوی ریاضیات ندارد.

ژانگ: آیا مهم است که فیزیکدانان مقدار زیادی ریاضیات بیاموزند؟

یانگ: نه. اگر فیزیکدان مقدار زیادی ریاضیات یاد بگیرد، ممکن است نحوهٔ ارزش‌گذاری در ریاضیات او را اغوا کند و او شهود فیزیکیش را از دست بدهد. من رابطهٔ بین ریاضیات و فیزیک را به یک جفت برگ تشبیه کرده‌ام که در پایین، در قسمت کوچکی با یکدیگر مشترک‌اند ولی در اکثر جاها از یکدیگر جدا هستند:

> هرکدام از آنها هدفهای ویژهٔ خود را دارد؛ نحوهٔ ارزش‌گذاری در این دو رشته آشکارا متمایز، و سنتهایشان متفاوت است. در سطح مفاهیم بنیادی، اشتراک شگفت‌آوری در بعضی از مفاهیم دارند ولی حتی در آنجا نیروی زندگانی هر رشته در رگبرگهای خودش جریان دارد (شکل صفحهٔ قبل).

ژانگ: برای فیزیکدان، آموختن نتایج تجربی مهمتر است؟

یانگ: بله.

ژانگ: با ریاضیدانها خیلی مبادلهٔ اطلاعات کرده‌اید؟

یانگ: بعضی اوقات. هنگامی‌که من و لی در ۱۹۵۱ بر روی مطالبی که بعداً «قضیهٔ دایرهٔ واحد» نام گرفت کار می‌کردیم، فون نویمان و سلبرگ،

چرن و یانگ (سمت راست) در ۱۹۸۵، زمانی که چرن دکتری افتخاری علوم را در استونی بروک دریافت کرد.

به ما پیشنهاد کردند که کتاب نامساویها اثر هاردی، لیتلوود و پولیا را بخوانیم و در ۱۹۶۵ ویتنی به من و برادرم مفهوم شاخص در توپولوژی را آموخت. کاتس در مورد روش حل معادلات وینر-هوپف مقالهٔ طولانی کراین را که در مرور این موضوع نوشته بود به ما توصیه کرد. در دههٔ ۱۹۷۰ با گروهی از ریاضیدانان به سرپرستی گو[1] در دانشگاه فودان واقع در شانگهای چین همکاری می‌کردم. اضافه بر تمام اینها و سخنرانیهای سایمونز، از همکاری با بورل در پرینستن و همکاران ریاضیدانم در استونی بروک یعنی داگلاس، گروموف، کرا، لاوسن، ساه[2] و دیگران استفاده برده‌ام.

ژانگ: با چرن زیاد کار کرده‌اید؟

یانگ: همان‌طور که قبلاً گفتم، هنگامی که در چین دانشجوی سال سوم کارشناسی بودم درس هندسهٔ دیفرانسیل را با او گذراندم و احتمالاً در برخی دیگر از کلاسهای او هم شرکت کرده‌ام. در سال ۱۹۴۹ و سالهای بعد از آن با یکدیگر زیاد صحبت می‌کردیم ولی راجع به ریاضیات واقعی حرف نمی‌زدیم. دربارهٔ اهمیت فراوان ردهٔ چرن در دههٔ ۱۹۵۰ حرفهایی شنیده بودم ولی نمی‌دانستم که چیست.

فقط در سال ۱۹۷۵ و بعد از آنکه سایمونز در موسسهٔ فیزیک نظری دانشگاه استونی بروک برای ما یک رشته سخنرانی ایراد کرد، مفاهیم بنیادی کلافهای تاری و التصاقهای روی کلافهای تاری را بالاخره فهمیدم. پس از مدتی تلاش سرانجام قضیهٔ بسیار کلی چرن-ویل را هم فهمیدم. نمی‌توانم احساس خوشحالیی را که از فهمیدن این قضیهٔ بسیار زیبا به من دست داد توصیف کنم. این خوشحالی حتی از خوشحالیی که در دههٔ ۱۹۶۰ از فهمیدن روش قدرتمند وایل برای محاسبهٔ مشخصه برای گروههای کلاسیک احساس کردم و یا خوشحالی ناشی از قضیهٔ پیترـوایل بیشتر بود. چرا؟ شاید به این دلیل که قضیهٔ چرن-ویل هندسیتر است.

ولی این فقط احساس خوشحالی نبود. احساسی عمیقتر بود! راستی چه چیزی اسرارآمیزتر و حیرت‌آورتر از این است که بفهمیم ساختار بنیادی جهان فیزیکی، ارتباط نزدیکی با مفاهیم عمیق ریاضی دارد، مفاهیمی که صرفاً از ملاحظاتی که ریشه در منطق و زیبایی صوری دارند به‌وجود آمده‌اند. دربارهٔ این احساس چنین نوشته‌ام:

> روزی در سال ۱۹۷۵، در حالی‌که خیلی تحت تأثیر این واقعیت قرار گرفته بودم که میدانهای پیمانه‌ای، التصاقهایی روی کلافهای تاری هستند، با اتومبیل به منزل چرن واقع در ال سریتو در نزدیکی برکلی رفتم ... به او گفتم برایم عجیب است که نظریهٔ پیمانه‌ای دقیقاً همان التصاقهای روی کلافهای تاری است که ریاضیدانان بدون مراجعه به دنیای فیزیکی آن را به‌وجود آورده‌اند. اضافه کردم که «این موضوع هیجان‌انگیز و شگفت‌آور است، زیرا شما ریاضیدانها این مفاهیم را در خیال خود ساخته‌اید.» او فوراً اعتراض کرد که: «نه، نه، این مفاهیم زاییدهٔ خیال نیستند بلکه طبیعی و واقعی‌اند.» [۱، ص ۵۶۷]

مراجع

1. **C. N. Yang,** *Selected Papers, 1945-1980, with Commentary*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1983.
2. C. N. Yang and R. L. Mills, "Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance," *Phys. Rev.* 96 (1954), 191-195.
3. R. Mills, "Gauge fields," *Ann. J. Phys.* 57 (1989), 493-507.
4. P. A. Griffiths, "Mathematical sciences: A unifying and dynamical resource-Report of the Panel on Mathematic Sciences, initiated by the National Research Council," *Notices AMS* 33 (1986), 463.
5. M. E. Mayer, *Fibre Bundle Techniques in Gauge Theories*, Lecture Notes in Physics No. 67, Springer-Verlag, Berlin, 1977, p. 2.
6. W. Pauli, Handbuch der Physik, 2nd ed. (Geiger and Scheel, 1933) Vol. 24 (1), p. 83.
7. W. Pauli, *Reviews of Modern Physics* 13, 203 (1941).
8. C. N. Yang, "Herman Weyl's contributins to physics," in *Hermann Weyl* (1885-1955). Springer-Verlag, Berlin, 1985.
9. T. T. Wu and C. N. Yang, "Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields," *Phys. Rev. D* 12 (1975), 3845-3857.
10. I. M. Singer, "Some problems in the quantization of gauge theories and string theories," Proc. Symposia in Pure Math. 48 (1988), 198-216.
11. M. F. Atiyah, N. J. Hitchin, and I. M. Singer, "Self-duality in four-dimensional Riemannian geometry," *Proc. Roy. Soc. London Ser. A*, 362 (1978), 425-461.
12. M. F. Atiyah, *Geometry of Yang-Mills Fields*, Scuola Normale Superiore, Pisa, 1977.
13. M. F. Atiyah, *Collected Works, Vol. 5. Gauge Theories*. Cam-

1. C. H. Gu 2. C. H. Sah

bridge University, Press, Cambridge, England, 1988, p. 1.

14. C. N. Yang, "Some exact results for the many-body problem in one dimension with repulsive delta-function interaction, "*Phys. Rev. Lett.* 19 (1967), 1312-1315.

15. R. J. Baxter, "Partition function of the eight-vertex lattice model," *Ann. Phys.* 70 (1972), 193-228.

16. M. Barber and P. Pearce, eds., *Yang-Baxter Equations, Conformal Invariance and Integrability in Statistical Mechanics and Field Theory*, World Scientific, Singapore, 1990.

17. M. Jimbo, ed., *Yang-Baxter Equation in Integrable Systems*, World Scientific, Singapore, 1990.

18. C. N. Yang and M. L. Ge, eds., *Braid Group, Knot Theory and Statistical Mechanics*, World Scientific, Singapore, 1989.

19. M. F. Atiyah, "The work of Donaldson," *Notices AMS* 33 (1986), 900.

20. A. Jaffe and B. Mazur, "Vladimir Drinfeld," *Notices AMS* 37 (1990), 1210.

21. R. H. Hermann, "Vaughan F. R. Jones," *Notices AMS* 37 (1990), 1211.

22. K. Galwedzki and C. Soule, "Edward Witten," *Notices AMS* 37 (1990), 1214.

23. *Mathematical Intelligencer*, vol. 9 (1991), no. 2, 7.

* * * * *

• D. Z. Zhang, "C. N. Yang and contemporary mathematics", *Math. Intelligencer*, (4) **15** (1993) 13-21.

* دیانژو زانگ، دانشسرایعالی شرق چین