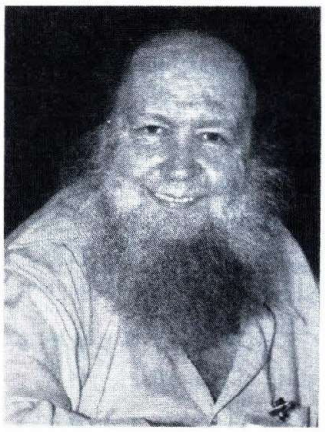
سه مصاحبه

به مناسبت آغاز قرن جدید دو مجموعهٔ مقالات مروری ریاضی با عناوین *Developments in Mathematics (1900-1950)* و *Developments in Mathematics (1950-2000)* توسط انتشارات برکهویزر زیر نظر ژان‌پل پیر از دانشگاه لوکزامبورگ منتشر شده است که ترجمهٔ یک مقاله از جلد اول (1900-1950) با عنوان «سیر پیدایش دقت در احتمال ...» در شمارهٔ پیشین مجله (شمارهٔ ۱ و ۲ سال ۱۲) چاپ شد. در زیر ترجمهٔ سه مصاحبه که در جلد دوم (1950-2000) آمده است از نظرتان می‌گذرد. گفتگوی اول با ادرین دووادی (Adrien Douady) استاد دانشگاه پاریس در اورسی است که آثار مهمی در هندسهٔ واریته‌های مختلط تحلیلی و نیز دینامیک توابع مختلط دارد. گفتگوی دوم با میخائیل گروموف (Mikhael Gromov) ریاضیدان روس‌تبار است که چند ده سال است در فرانسه و آمریکا زندگی می‌کند و تحقیقات عمیقی در رشته‌های مختلف ریاضی مانند هندسهٔ دیفرانسیل، توپولوژی دیفرانسیل، و نظریهٔ هندسی گروهها دارد. و بالاخره، سومین مصاحبه‌شونده، فریدریش هیرتسبروخ (Friedrich Hirzebruch) است که در حال حاضر «ریش‌سفید» ریاضیات آلمان محسوب می‌شود و مؤسسهٔ ریاضیات بُن را (که بعداً به زنجیرهٔ مؤسسات ماکس پلانک پیوست) بنیان نهاد و در دهه‌های ۶۰ و ۷۰ سهم بزرگی در تعمیم قضیهٔ ریمان-رُخ و پدیدآوردن ابزارهای جدید توپولوژی و هندسهٔ جبری داشت. مصاحبه‌کننده در هر سه مصاحبه، رمی لاتزون (Rémi Langevin) استاد ریاضیات در دانشگاه دیژون فرانسه است.



ادرین دووادی
ترجمهٔ یوسف امیرارجمند

رِمی لاتزُون. آیا از نظر تو ریاضیات علمی است مستقل از سایر علوم؟

اَدریَن دووادی. خیر، رابطهٔ مستقیمی [بین آنها] می‌بینیم: هدف علم این است که بفهمد دنیا چیست؛ در دنیا ضروریاتی وجود دارد و ممکناتی، ریاضیات ضروریات را توصیف می‌کند. مدلسازی چیزی است که [ریاضیات را] با سایر علوم پیوند می‌دهد. این بدین‌معنا نیست که مدلسازی یک علم دقیق است. روشی که به‌کارگرفته می‌شود این است که برای دنیای واقعی مدلهایی ساخته می‌شود و سپس روی این مَدلها کار صورت می‌گیرد. در اینجاست که ریاضیات وارد می‌شود، و بی‌اندازه کار باید صرفاً روی مدل انجام گیرد. سرانجام باید نتایج را با واقعیات تطبیق داد و این کاری است که انجامش هرگز به‌طور کامل امکان‌پذیر نیست. [در جایی] خوانده‌ام: ریاضیات تنها در آن جاهایی مطلقاً درست است که هیچ چیزی را توصیف نمی‌کند.

به ریاضیاتی که مطلقاً نمایانگر چیزی نباشد علاقهٔ چندانی ندارم. از نظر من باید کاربُردی در دیدرس، هرچند دور، باشد؛ چیزی باشد که ریاضیات را به دنیای واقعی مربوط کند، حتی اگر این ارتباط [با واقعیت] به‌صورت پارادایم باشد. از طرف دیگر، چند منظوره بودن ریاضیات برای من بسیار جالب توجه است: یک استدلال واحد را می‌توان در موارد مختلف به‌کار گرفت؛ یک حکایت بامزه: در دانمارک مطالعاتی بر روی پوشک نوزادان انجام شده و [نتایج آن] به کناری گذاشته شده بود. شش ماه بعد، در حین بررسی نحوهٔ سرد کردن نیروگاههای اتمی، معلوم شد که ریاضیات این دو یکی بوده است.

ر. ل. آیا به‌نظر تو این امکان وجود دارد که مسائل واقعی باعث پیدایش ریاضیاتی جدید شود؟

ا. د. بله. درست است که به ریاضیاتی که خیلی از واقعیت دور باشد علاقه‌ای ندارم، اما به ریاضیاتی هم که بیش از حد [به واقعیت] نزدیک باشد. چندان

میلی ندارم. سطحی از جدایی وجود دارد که از آنجا می‌توان با فاصلهٔ کافی به مشاهدهٔ چیزها پرداخت.

ر. ل. آیا باید برای اشیای ریاضی نوعی واقعیت قائل شد؟

ا. د. مسلماً یک جنبهٔ افلاطونی در [دیدگاه] من هست. اما باید اذعان کرد که مکانیک کوانتومی مفهوم واقعیتِ دنیای واقعی را دستخوش تزلزل کرده است. نیمه شبی، قبل از اینکه قضیهٔ فرما (F) اثبات شود، این فکر به نظرم رسید: آیا ما در حالتی از کائنات قرار نداریم که، به‌معنای کوانتومی آن، ترکیبی است خطی از حالتی که در آن (F) درست است و حالتی که در آن (F) غلط است؟ این می‌شود «فرمای شرودینگر». اگر فرمای شرودینگر از مَثَل گربهٔ شرودینگر[1] هم نامعقول‌تر به‌نظر می‌آید، به این علت است که ما یک تساوی حسابی را از یک گربهٔ واقعیتر می‌دانیم. برت[2] مثال ساده‌تری آورده است: یک عدد ۶۰ رقمی را در نظر بگیر، می‌توانی حالتی از جهان را تصور کنی که در آن این عدد یا اول باشد یا نباشد؟

ر. ل. احتمالاً خیر، زیرا نمی‌توان این عدد را از اعداد دیگر جدا کرد ....

ا. د. آیا اول بودن این عدد قبل از اینکه تو آن را ثابت کنی حقیقت داشته؟ مسلماً این حرف از بعضی حقایق فیزیکی‌هم برایت غیرقابل هضم‌تر است، این واقعیت که ضرورت انجام محاسبه بیشتر از ضرورت اندازه‌گیری است.

ر. ل. در اینجا، برخلاف اندازه‌گیری، برهمکنش با داده‌ها وجود ندارد.

ا. د. نپذیرفتن ریاضیاتی که «درستی کوانتومی» بر آن حاکم باشد آیا نشانهٔ آن نیست که [ریاضیات] از واقعیتی قویتر برخوردار است؟

ر. ل. آیا رشد ریاضیات به جوامع بستگی دارد؟

ا. د. واضح است که روند تحول سؤالاتی که مطرح می‌شود به جوامع بستگی دارد. [در اینجا] یک مفهوم فراریاضی پیش می‌آید: آنچه مهم است و آنچه مهم نیست. مثلاً ماندلبرو هیچ‌وقت برای اثبات، حتی دو سه نابرابری را هم به‌دنبال هم نیاورد، اما [توانست] دیدگاه اکثر ریاضیدانها را در مورد اشیایی که قبل از او غیرعادی و نامتعارف تلقی می‌شدند (فرکتالها) تغییر دهد. در واقع فرکتالها [بر خالها] اشیایی هستند که در کار مدلسازی دنیای واقعی همه‌جا به‌کار می‌آیند. در عوض، اگر قرار باشد در مورد درستی یا نادرستی یک گزاره حکمی بکنیم، این دیگر به زمینه، یا جنسیّت یا ... آن گزاره بستگی ندارد.

ر. ل. آیا معیار زیبایی‌شناسی در ریاضیات معنایی دارد؟ آیا این یک معیار ابدی است؟

ا. د. آنچه [در ریاضیات] زیباست، نتایجی هستند که به‌نحوی «مقرون‌به‌صرفه»اند، و میدان وسیعی را می‌گشایند. مثل این است که پس از عبور از گردنه‌ای در کوهستان دشت وسیعی را [در پیش‌رو] کشف کنیم. با شاعری هم تشابهی می‌بینم. با اینکه حافظه‌ام زیاد خوب نیست اما اشعار زیادی از حفظ دارم. اشعار را از طریق بازسازی یاد می‌گیرم. با استفاده از اطلاعات بسیار مختصری می‌شود آنها را بازسازی کرد. بقیه خودبه‌خود می‌آید، چه اشعار بُودلِر باشد چه اشعار بابی لپوانت[1]: مثلاً این شعر بُودلر:

L'homme et la mer — انسان و دریا[2]

Homme libre, toujours tu chériras la mer

ای مرد آزاد، تو دریا را همواره دوست خواهی داشت

La mer est ton miroir; tu contemples ton âme

دریا آئینهٔ توست و تو روح خویش را

Dans le déroulement infini de sa lame

در جنب‌وجوش بی‌پایان امواج آن خواهی دید

Et ton esprit n'est pas un gouffre moins amer.

اندیشهٔ تو (نیز) ژرفایی است که تلخی آن کمتر (از دریا) نیست.

Tu te plais à plonger au sein de ton image;

خوش می‌داری تا درین تصویر خویش غوطه‌زنی

Tu l'embrasses des yeux et des bras,et toncœur

و با دیده و بازوانت آن را دربرکشی و قلب تو (نیز)

Se distrait quelques fois de sa propre rumeur

گاهگاه با (شنیدن) شِکوهٔ بی‌تاب و وحشی آن

Au bruit de cette plainte indomptable et sauvage.

از غوغای درون خود انصرافی یابد.

Vous êtes tous les deux ténébreux et discrets:

شما هردو مرموز و رازدارید:

Homme, nul n'a sondé le fond de tes abîmes,

این انسان، تاکنون ژرفای گرداب تو را کسی نسنجیده،

O mer, nul ne connaît tes richesses intimes,

ای دریا، هیچکس از گنجینه‌های پنهان تو خبردار نیست.

Tant vous êtes jaloux de garder vos secrets!

چرا که شما هردو در نگهداری اسرار خویش حسودانه می‌کوشید!

Et cependant voilà des siècles innombrables

با اینهمه قرنهای بسیار می‌گذرد

Que vous combattez sans pitié ni remords,

که شما بی‌رحمانه و بی‌ندامت می‌جنگید،

Tellement vous aimez le carnage et la mort,

(آه) چقدر عاشق مرگ و کشتارید،

O lutteurs éternels, ô frères implacables!

ای کشتی‌گیران ابدی، ای برادران ناآرام!

---

۱. آزمایش ذهنی شرودینگر که به «گربهٔ شرودینگر» مشهور شده، نشان‌دهندهٔ یکی از پارادکسهای ناشی از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. گربه‌ای را تصور کنید که در جعبه‌ای همراه با یک منبع پرتوزا و یک آشکارسازِ ذرات رادیواکتیو قرار دارد و جعبه مهر و موم شده است. آشکارساز را فقط یک بار و آن هم برای مدت یک دقیقه روشن می‌کنیم. فرض می‌کنیم احتمال اینکه منبع پرتوزا در طول این مدت ذره‌ای قابل آشکار شدن گسیل کند $\frac{1}{2}$ باشد (با قطعیت نمی‌توان گسیل چنین ذره‌ای را پیشگویی کرد. تنها احتمال آن قابل محاسبه است). اگر آشکارساز ذره‌ای را دریافت کند بلافاصله یک گاز سمی در جعبه پخش می‌شود و گربه را می‌کشد. پس ما نمی‌توانیم بدانیم که پس از گذشت یک دقیقه، گربه زنده است یا مرده. حالت او ترکیبی است خطی از حالت زنده و حالت مرده. حال اگر درب جعبه را باز کنیم و گربه را زنده مشاهده کنیم همین عمل مشاهده (اندازه‌گیری) باعث شده است که گربه قطعاً در حالت زنده قرار گیرد. قبل از این عمل به هیچ‌وجه نمی‌توانستیم حکمی در مورد زنده یا مرده بودن گربه صادر کنیم. یعنی زنده یا مرده بودن گربه حقیقتی عینی مستقل از عمل مشاهده (اندازه‌گیری) نیست. ـ م.

2. J. Brette

1. Bobby Lapointe

۲. این ترجمه از رباعیات بُودلر برگرفته شده است از: زیباترین اشعار فرانسه. ترجمه و نگارش محمدمهدی فولادوند عضو انجمن شعرای فرانسه. انتشارات کندی. ۱۹۷۱.

به صنعتی که در رباعی ماقبل آخر به‌کار رفته توجه کنید: عبارت وصفی «ژرفای گرداب» به دریا مربوط می‌شود، درحالی‌که «گنجینه‌های پنهان تو» به انسان اشاره دارد. من یک ساختار و چند کلمه را به خاطر می‌سپارم و بعد شعر را بازسازی می‌کنم. مکانیزم [کار من] این نیست که کلمات را یکی پس از دیگری ردیف کنم، بلکه یک بازسازی است با عنایت به یک موضوع، چند کلمه و یک ساختار که به‌خاطر سپرده‌ام.

بازسازی اثبات یک قضیه هم همین‌طور است. برای یادگرفتن یک موضوع ریاضی، یادداشت برمی‌داشتم و سپس این یادداشتها را خلاصه می‌کردم؛ وقتی یادداشتها روی یک بلیط مترو جا می‌شدند دیگر آنها را یاد گرفته بودم. دیگر می‌توانستم بلیط را دور بیندازم. همهٔ اینها انعکاس نوعی زیبایی است. دیوید مامفرد (که اکنون به‌کار تصویرپردازی مشغول است) در مصاحبه‌ای که روی همین کاناپه با او به عمل آمد می‌گفت: اگر کسی زمانی ریاضیدان بوده باشد، دیگر برای همیشه ریاضیدان باقی خواهد ماند، زیرا نوعی زیبایی‌شناسی او را در انتخاب پرسشهایش هدایت می‌کند (فیلم «ریاضیات، دهکدهٔ من، ۲» را ملاحظه کنید).

ر. ل. این مرا به‌یاد جمله‌ای از آداماز می‌اندازد: ایده‌های ساده همیشه آخر سر پیدایشان می‌شود.

ا. د. مسلماً این‌طور است، ایده‌های ساده پس از یک [روند] طولانی رفع ابهام پیدا می‌شوند. هرگاه به چیزهای پیچیده‌ای برخورد کنیم که مهم به‌نظر می‌آیند، علت آن این است که این چیزها هنوز از وضوح کافی برخوردار نشده‌اند.

ر. ل. ژان پی یرسر یک مثال نقیض یافته است: یک «هیولا»، گروه ساده‌ای که تعداد اعضای آن از مرتبهٔ 10^{50} است.

ا. د. که می‌داند؟ شاید روزی این هیولا بهتر فهمیده شود. به‌علاوه، نکتهٔ مهم این است که رده‌بندی [گروههای ساده] بدون این هیولا کامل نمی‌شد، و اگر نه میل چندانی به [دانستن] چیزهایی که در داخل این هیولا یافت می‌شود ندارم. اما بالاخره حتی ریاضیات هم ممکن است چیزهایی داشته باشد که قشنگ نباشند.

ر. ل. ریاضیات را چگونه تصور می‌کنی (اگر این سؤال معنایی داشته باشد)؟

ا. د. البته که سؤال بامعنایی است. تصور من از ریاضیات احتمالاً جزئی است. به‌عقیدهٔ من، از سالهای سی تا سالهای شصت دستاوردهای روشهای هومولوژی [مانستگی] و کوهومولوژی [همانستگی]، که برای رفع احتیاجات توپولوژی جبری به‌وجود آمده بود، بر ریاضیات غلبه داشت؛ این روشها زبانی فراهم آوردند که می‌شد با آن از خیلی چیزها سخن گفت. نظریهٔ بافه‌ها که در آن به این روشها توسّل جسته می‌شد، باعث شد که بتوان این روشها را در هندسهٔ جبری و حساب به‌کار گرفت.

ر. ل. احتمالات چطور؟

ا. د. بله، خیلی چیزها اتفاق افتاد، اما احتمالات را تا مدتهای مدید شاخه‌ای کم‌اهمیت [از ریاضیات] می‌دانستند. ریاضیدانهای دنیای غرب، برعکس ریاضیدانهای روسی (کولموگوروف، سینایی) فرصت برقراری رابطه با فیزیک نظری و مکانیک کوانتومی را از دست دادند، این رابطه بعدها دوباره برقرار شد.

از سالهای شصت تابه‌حال شاهد حرکت جدید هستیم؛ رشتهٔ رابط قبلی شروع به خشکیدن کرده بود. پیشرفتهای فیزیک نظری که بر اثر آن به کمی هندسهٔ جبری و روشهای هومولوژیک احتیاج پیدا شده بود، باعث شد که این ارتباط دوباره برقرار شود. شاخهٔ جدیدی ظاهر شد: هندسهٔ غیرجابه‌جایی (اَلن کُن). نظریهٔ میدانهای کوانتومی دستاوردهایی برای توپولوژی داشت، و سیستمهای دینامیکی نیز دستاوردهای عظیمی داشته است. وقتی که اسمیل در اواخر دههٔ پنجاه (یا اوایل دههٔ شصت) در کولژ دوفرانس سخنرانی کرد و «نعل اسب»هایش را توضیح داد هیچ‌کس نفهمید منظورش از این کار چیست.

من سیستمهای دینامیکی را زمینهٔ جدیدی می‌بینم: تا همین اواخر این موضوع در طبقه‌بندی AMS جایی نداشت و این درحالی است که پوانکاره از آن موقع، از اوایل قرن (قرن بیستم)، به آن توجه کرده بود.

ر. ل. رفتن تو از آنالیز مختلط به سیستمهای دینامیکی به‌طور طبیعی صورت گرفت. این‌طور نیست؟

ا. د. ماجرا با سؤال یکی از دانشجویان سیکل اول دانشگاه[1] از هوبار[2] شروع شد: اگر بخواهیم روش نیوتن را در مورد یک چندجمله‌ای به‌کار ببریم اما از یک نقطهٔ دلخواه شروع کنیم چه خواهد شد؟ اگر چندجمله‌ای از درجهٔ ۲ باشد جواب واضح است. هوبار قول داد که جلسهٔ بعد جواب را برای یک چندجمله‌ای درجهٔ ۳ پیدا کند. این شد سرآغاز یک نظریه. ما متوجه شدیم که کیلی ۱۰۰ سال قبل همین سؤال را در مورد چندجمله‌ای درجهٔ ۳ مطرح کرده بود. داشتن کامپیوترهایی که می‌توانستند نمودار رسم کنند باعث شد بتوانیم ببینیم که این اشیا ساختارمند و غنی هستند و اینکه می‌توان این ساختارها را فهمید. الان ۱۵ سال است که به این کار مشغولم. نمی‌دانم توان این را دارم که به اکتشاف زمینهٔ جدیدتری بپردازم یا نه.

ر. ل. چه چیز دیگری؟

ا. د. سهم مکانیک کوانتومی در توپولوژی (ویتن، کُن، بیسموت). هیچ چیز در این باره نمی‌دانم اما احساس می‌کنم که موضوع مهمی است.

ر. ل. نظریهٔ اعداد چطور؟ آیا اثبات قضیهٔ فرما فقط یک واقعهٔ مهیج است یا یک چیز تازهٔ قابل ملاحظه؟

ا. د. سه حدس بزرگ وجود داشت: فرض ریمان، «قضیهٔ» فرما و حدس پوانکاره. فرض ریمان با دوتای دیگر خیلی تفاوت دارد، زیرا این فرض پیامدهای بسیاری دارد. اگر این فرض درست باشد، خیلی از قضایا صورت بهتری پیدا می‌کنند. اهمیت حدسهای پوانکاره و فرما در این است که [انسان را] به مباره می‌طلبند. یک مثال دیگر: مسألهٔ ۴ رنگ که آن هم مبارزطلب بود اما حل آن دلسردکننده بود زیرا پیامدی در بر نداشت.

حکم موردل فی‌نفسه مهم است، حدس فرما «چموش»تر است، اما چیزی نیست که پیامدهای آن را قبل از اثبات بررسی کرده باشند. به این علت است که حکم موردل را با اهمیت‌تر می‌دانم. حدس پوانکاره را هم یک مبارزه‌طلبی می‌بینم، هرچند که این حدس در طبقه‌بندی خمینه‌ها نقش پایه‌ای دارد و نشان می‌دهد که ابعاد ۳ و ۴ چموش‌ترند، این حدس پیامدهای دیگری هم دارد که از الان تحت بررسی هستند.

نمونه‌ای که خیلی مورد علاقهٔ من است حدسی است دربارهٔ همبندی موضعی مجموعهٔ ماندلبرو (MLC). اگر بتوانیم آن را اثبات کنیم، اثبات سادهٔ برخی حکمهای دیگر هم امکان‌پذیر خواهد شد.

ر. ل. آیا رشد ریاضیات فرکتالی است؟

ا. د. بیشترْ موجهای بزرگی را می‌بینم که تشکیل می‌شوند و در هم می‌شکنند. با ذره‌بین می‌توان جوانه‌های ایده‌هایی را دید که کمی بعد شکوفا خواهند

۱. منظور، دورهٔ عمومی دانشگاه در فرانسه است که معمولاً دو سال است. ـ م.

2. J. H. Hubbard

شد. کوششهایی را هم می‌بینم که به نتیجه نمی‌رسند. مثلاً، از قرن شانزدهم تا قرن نوزدهم، اعداد مختلط را یک توهم، یک وسیلهٔ محاسبهٔ بی‌اهمیت، می‌پنداشتند. در حدود سال ۱۸۰۰ نگرشی هندسی (اعداد مختلط به‌عنوان نقاط $\mathbb{R}^2$) پدید آمد. اولین کوشش، که به نتیجه نرسید، از طرف وِسِل صورت گرفت که یادداشتی در گزارشهای آکادمی کپنهاگ به‌زبان دانمارکی چاپ کرد. وقتی می‌گویم، «به نتیجه نرسید»، منظورم این است که با وجود اینکه مقالهٔ بسیار واضحی بود به‌مدت تقریباً ۵۰ سال هیچ خواننده‌ای نداشت. چند سال بعد آرگانِ سویسی همان ساختار را درست کرد؛ این مفهوم راه خود را باز کرد و آنچه گاوس انجام داد کارهای آرگان، وِسِل و بسیار بیشتر از آن را در بر می‌گرفت. اول چند ضربهٔ سنگین وارد آورده می‌شود، سپس زمانی فرا می‌رسد که [ایده] «جا می‌افتد» زیرا اذهان آمادگی پذیرش آن را پیدا کرده‌اند. نمی‌گویم رشد ریاضیات مسیر اجتناب ناپذیری دارد، اما در آن جریانهای بزرگ وجود دارند. برخلاف سایرین، از جمله (میشل) سِرْ، تصور من [از این جریان] آنقدرها فردگرا نیست. خودِ وایلز، وقتی با صورت حدس فرما مواجه شد، تازه کار نبود.

ر. ل. آیا [در جامعهٔ ریاضی نیز] «ریش‌سفیدان»ی داریم؟

ا. د. آیا ما ریش‌سفیدانی داریم؟ در جامعهٔ ریاضی سلسلهٔ مراتب وجود دارد، ما چیزی مانند «طبقه‌بندی ATP» که تقریباً هر هفته یک طبقه‌بندی [جدید] به‌دست می‌دهد نداریم، اما سلسله مراتبی وجود دارد که [برحسب] ترکیبی از موقعیت اجتماعی و شهرت [شخص] به‌عنوان «تکنیسین» است. سازماندهی جامعهٔ ریاضی از دیدگاه جامعه‌شناسی صورت گرفته است، و زمینه‌های تحقیقات نیز ساختارمند هستند. مثلاً بُرستن یک سازمان‌دهنده است. بین سازمان‌دهندگان و تکنیسینها یک [نوع] دوگانگی وجود دارد. از میشل سر نقل می‌کنم: [در جامعهٔ ریاضی] عده‌ای روباه هستند و عده‌ای گراز، روباهها رد پاها را پیدا می‌کنند و گرازها هستند که کار کَنَدَن را انجام می‌دهند. بعضی ریاضیکارها تکنیسینهای بسیار خوبی هستند اما ایده‌های کلی چندانی در چنته ندارند، برخی دیگر شامهٔ فوق‌العاده‌ای دارند، اما وقتی مسأله را مطرح می‌کنند در به سرانجام رساندن آن مهارت کمتری از خود نشان می‌دهند.

ر. ل. آیا نگرش تو نسبت به ریاضیات از دههٔ ۱۹۵۰ تاکنون تغییر کرده است؟

ا. د. «نگرش عمیق» من به ریاضیات تقریباً ثابت باقی مانده، اما در عوض زمینه‌های تحقیقاتی‌ام دستخوش تغییر شده است؛ در ابتدا بیشتر نگرش جبری داشتم. من با سه پا راه می‌روم: هندسه (که آن‌را حسّ می‌کنم، تو هم آن را حس می‌کنی) و این بدین‌معناست که اشیا را دستکاری می‌کنی و از آنها برای خودت تصویرهایی می‌سازی. جبر (علم روابط دقیق) راحت‌تر قابل تفهیم است. به‌کمک جبر می‌توانی کورکورانه محاسبه کنی. آنالیز هم عبارت از این است که مرتکب خطا شوی و آن را کنترل کنی.

با وجود اینکه برخی اشخاص ظاهراً از [نوعی] شمّ محاسبه برخوردارند، اما خود محاسبه، در زمانی که انجام می‌پذیرد، کورکورانه است، و همین جزو نقاط قوّت آن است، در عوض (حداقل برای ما) لذّت استدلالهای هندسی از همه بیشتر است.

ر. ل. احساس می‌کنی وارث چه کسی هستی؟

ا. د. شخصی تأثیر زیادی بر من داشت و او سیروس[1] معلم دو سال آخر دبیرستان من بود. او می‌گفت «ریاضیات ساده است، ریاضیات زیباست، سادگی یکی از عوامل زیبایی آن است». می‌توانم از هانری کارتان، لوران شوارتس و گوستاو شوکه نیز نام ببرم.

ر. ل. چگونه کار می‌کنی؟

ا. د. من با هوبار یک دوجمله‌ای بسیار خوب تشکیل دادیم؛ او روباه بود و من گراز. او فرهنگ بسیار وسیعی دارد و شمّی قوی برای پیدا کردن مسائل خوب. علاوه بر واقع‌بینی، استفاده از محاسبه و تجسّم را نیز به همراه آورد. ماشین [حساب] تصاویری فراهم آورد که توانستیم به کمک آن سؤالهای درست را مطرح کنیم، طرحهایی به‌دست داد که می‌شد در آنها مستقیماً ساختارهایی را کشف کرد، و ما توانستیم در مجموعهٔ ژولیا درختی را پیدا کنیم. این هم نمونه‌ای است از تعامل بین ریاضیات و دنیای واقعی.

ر. ل. آیا تحقیق در ریاضیات امری است دسته‌جمعی و سازمان یافته؟

ا. د. با وجود اینکه تحقیق انفرادی [نیز] وجود دارد، و قضیه‌ها هر یک اسم خاصی دارد، اما نباید این امر را زیاده از حد جدّی تلقی کرد. «اگر گُل سُرخی زیباست برای این است که کودش قوی بوده است». من همیشه مشاهده کرده‌ام که پیشرفتهای مهم کاملاً دسته‌جمعی بوده است و از ایده‌هایی ناشی شده که پس از پخته شدن به ثمر رسیده‌اند. اسمهایی که روی قضیه‌ها گذاشته می‌شود، مانند نام خیابانها، بیشتر برای این است که بدانیم کدام قضیه مورد نظر است.

ر. ل. آیا در ریاضیات هم مانند ادبیات، مکاتبی وجود دارد؟

ا. د. در ریاضیات هَر از گاهی منازعات قومی دیده می‌شود. با وجود این، عمدهٔ دستاوردهای بزرگ دسته‌جمعی و حتی جهانی هستند. من زیاد به رقابت، که البته بین افراد وجود دارد، معتقد نیستم. در رشته‌های دیگر ممکن است رقابتها حالت خشونت‌آمیزتری به خود بگیرد زیرا مسائل مالی بیشتر مطرح است (مثلاً در پزشکی)؛ تابه‌حال کسی ندیده است که در یک قضیهٔ ریاضی میلیاردها فرانک پول [نهفته] باشد. در واقع، مکاتب ریاضی وجود دارند، هرچند امروزه برقراری ارتباط بین ریاضیدانها بسیار ساده شده است به‌خصوص با استفاده از پُست‌الکترونیک.

ر. ل. در ریاضیات هم ضد وجود دارد؟

ا. د. چیزی که من می‌بینم بیشتر حالت رخوتی است که چارچوب فکری وابسته به یک موضوع یا یک دیدگاه ایجاد می‌کند. دچار عاداتی می‌شوی که حالتِ رخوتِ خودت ایجاد کرده. مانعی جز تنبلی طبیعی در بین نیست. تو ریاضیدان هستی و حق داری هر چه را که درست است اثبات کنی، البته اگر بتوانی. این باعث نمی‌شود که نتوانی [چیزی را] به عاریت بگیری، یا به زبان دیگری بیان کنی.

ر. ل. آیا به نظر تو ریاضیات یک حرفه است؟

ا. د. بله، البته، شغلی است که درآمد خوبی هم دارد. این آپارتمان را ببین: من سِمَت خوبی دارم، همسرم هم همین‌طور، با زندگی فقیرانه خیلی فاصله داریم، خودم سی هزار فرانک در ماه در می‌آورم و همسرم بیست هزار فرانک، فقیر نیستیم.

درضمن این کاری است که باید به‌طور حرفه‌ای انجام داد، «خبرگی» می‌خواهد، روشهایی دارد، اصولی بر آن حاکم است، سلوکی دارد. آیا ریاضیات یک حرفه است یا هنر؟ نمی‌دانم نقاشها چگونه زندگی می‌کنند.

1. Siros

در ریاضیات همیشه تدریس سهمی دارد. من به [روال معمول در] CNRS (مرکز ملی تحقیقات علمی) در مورد رشتهٔ ریاضی بدگمانم.

ر. ل. شاگرد باید داشت؟

ا. د. از آنجاکه ریاضیات یک حرفه است و در آن «حرفه‌ای بودن» شرط است، لازم است که اشخاصی تربیت شوند. باید ریاضیدانان جوان استاد داشته باشند، این را می‌گوییم اما خودم هرگز نتوانسته‌ام بجز تعدادی خودآموخته چیزی تربیت کنم. تازه، بهترین آنها این‌طور شدند. دانشجویانم را وارد موضوعی می‌کنم و به آنها می‌گویم: «خوب دیگر خودتان می‌دانید، مسأله پیدا کنید، اینجا پر است از مسأله». من یک عیب دارم، نمی‌توانم بخوانم.

ر. ل. اینکه بتوانی خوب گوش کنی هم مسلّم نیست.

ا. د. بله، ولی من خوابم می‌برد.

ر. ل. فکر نمی‌کنم، دیده‌ام که می‌خوابی، اما سؤالهای که پس از بیدار شدن می‌کنی آدم را در مورد عمق خوابت به شک می‌اندازد.

ا. د. حرفهٔ ما این‌طور اقتضا می‌کند.

ر. ل. نقش ریاضیدانان به‌عنوان معلم در مقابل کسانی که ریاضی پیشه نیستند اما به ریاضیات احتیاج دارند چیست؟

ا. د. این سؤال را هم می‌توان مطرح کرد که به اشخاصی که ریاضیات را پیشه نخواهند کرد چه نوع ریاضیاتی باید درس داد. اولاً، برای اینکه این [آموزش] مفید باشد باید بتواند نوعی استقلال فکری [در شخص] ایجاد کند. مهم این است که افرادی که ریاضیات را فرا می‌گیرند آن را ملکهٔ ذهن خود سازند و آن را یک نوع [ابزار برای] آزادی فکری تلقی کنند نه اینکه فکری باشد که با آن احساس بیگانگی کنند. اگر این‌طور نباشد به زحمتش نمی‌ارزد.

ر. ل. ریاضیاتی که دستورالعمل محاسبه باشد از نظر تو زیاد جالب نیست؟

ا. د. کاملاً درست است. اولاً علت گیرایی ریاضیات این است که می‌تواند دنیای واقعی را مدلسازی کند. همزمان با فراگرفتن ریاضیات باید ساختن مدل را نیز یاد گرفت. بدون‌شک مهمترین چیز همین است ... هر بار که تکنیکی فرا می‌گیریم باید چندمنظوره بودن آن را نیز نشان دهیم. زن من تمام وقتش را صرف پیشبرد یک ایده کرده است: تمام ریاضیدانها وقتی کار می‌کنند، همزمان در چندین زمینه کار می‌کنند، و ایده‌ها، مسائل و روشها را از زمینه‌ای به زمینهٔ دیگر انتقال می‌دهند. مثلاً روشهای هومولوژی در توپولوژی جبری به‌وجود آمد و میدان عمل وسیعی در هندسهٔ جبری و نظریهٔ اعداد پیدا کرد.

ر. ل. این همان تزی است که کوین در کتابش با عنوان «ابتکار چیست»[1] ارائه می‌کند.

ا. د. درست است، خانم من وقت زیادی صرف تحقیق درباره اینکه چگونه باید انجام این کار را تعلیم داد، کرده است. اگر قرار باشد مردم از شرکتشان در کلاسهایی که در آن ریاضیات تدریس می‌شود (۶ سال دورهٔ راهنمایی و دبیرستان و حتی دورهٔ ابتدایی) چیزی یاد بگیرند، همین انعطاف‌پذیری است. ریاضیات باید وسیله‌ای برای آزادی باشد، قلمروی باشد که بتوان در آن در مقابل استاد به شاگرد حق داد. در طی دوران تدریسم چندین بار اتفاق افتاده که به دانشجویی برخورده‌ام که حق با او بوده نه با من. در یک چنین فرصتی ممکن است استعدادی بروز کند. انفورماتیک می‌تواند این نقش را ایفا کند. وقتی برنامه در کامپیوتر اجرا می‌شود، شاگرد احساس نوعی اقتدار می‌کند.

1. Kuhn: *Analyse de l'innovation*

ر. ل. پس به‌نظر تو اینکه بتوان ریاضیات را تجربه کرد آزادی شاگرد را بیشتر افزایش می‌دهد و بدین‌ترتیب او سریعتر فرصت نشان دادن استقلال خود را خواهد یافت، فکر نمی‌کنی که [استفاده از] ابزار انفورماتیک باعث شود که همهٔ عکس‌العملها قالبی شوند؟

ا. د. چرا مسلماً، اینها بهترین و بدترین حالات هستند؛ خطر اینکه این هم عادت شود وجود دارد، همه جا در ریاضیات همین‌طور است اما درعین‌حال انفورماتیک ابزار آزادی هم هست که بچه‌ها خیلی خوب می‌دانند چگونه از آن استفاده کنند. الان من از دست همکارانم در اورسی[1] که استفاده از ماشین‌حساب را در امتحانات سیکل اول دانشگاه قدغن کرده‌اند بسیار عصبانی هستم. این کاری است مسخره و ناسازگار با زمان.

ر. ل. ماشین‌حساب، تقلب‌رسان‌هم هست،

ا. د. اگر ماشین‌حساب بتواند به سؤالی جواب بدهد، آن سؤال، سؤال خوبی نیست.

ر. ل. بله و نه، در دل [با تو] موافقم اما در عمل اگر سؤالهای هوشمندانه مطرح کنیم این خطر وجود دارد که درصد مردودین بسیار زیاد باشند،

ا. د. مواردی وجود دارد که همان انتخاب جواب در حافظهٔ ماشین حساب هم احتیاج به مقداری هوش دارد. به‌هرحال افرادی که می‌گویند: «اگر ریاضیاتی را که شما تدریس می‌کنید بتوان توسط یک ماشین حساب انجام داد، بهتر است ماشین‌حساب داشته باشیم» راست می‌گویند.

ر. ل. با وجود این، بعضی شاگردها تمرینات تکراری را دوست دارند،

ا. د. لزومی ندارد به آدمهای مست باز هم شراب بدهی. باید [از آنها] خواست [فقط] کمی ابتکار به‌خرج دهند، نه زیاد؛ اما حتماً باید انتظار ابتکار داشت و آن را در داوری به‌حساب آورد. باید [شاگردان را] برای این کار تربیت کرد، انتظارات ما از آنها زیاد نباید باشد و به‌خصوص اینکه نباید ناامید شویم.

ر. ل. به‌نظر تو آیا در حال حاضر مدرسین قادر به انجام این کار هستند؟

ا. د. اشکال کار در اینجا نیست (با توجه به سیکل اول دانشگاه). خیلی اتفاق می‌افتد که بحثی که در سالن یک کافه در مورد آموزش سیکل اول شروع می‌شود خیلی زود تمام می‌شود. پس از پنج دقیقه ریاضیدانهای بزرگ به تو می‌گویند: بیخود خودت را زحمت نده، دانشجوها هیچ چیز سرشان نمی‌شود، [به‌علاوه] از این کار چیزی عایدت نمی‌شود. من بر ضد این چیزهاست که می‌خواهم مبارزه کنم. درست است که از نظر شغلی از زحمتی که در آموزش می‌کشی چیزی عایدت نمی‌شود. اما این طرز تفکر از نظر من قابل تأسف است؛ من می‌خواهم که آموزش به دانشجو کمک کند که بتواند خودش باشد نه اینکه او را به زور وارد یک قالب فکری کنند که با آن بیگانه است.

ر. ل. آیا تصویری که در اذهان عمومی از ریاضیدانها وجود دارد رضایت‌بخش است؟

ا. د. با اشخاصی که مواجه می‌شوم، اگر بگویم: من ریاضیدان هستم، معمولاً عکس‌العمل این است که [می‌گویند] آه، من که زیاد استعداد ریاضی ندارم. یک حکایت بامزه: روزی یکی از خانمهای همکار در مکزیک چندساعتی بیکار بود؛ پنج دقیقه نگذشته بود که یک نفر مکزیکی شروع کرد در اطراف او پرسه زدن و آن خانم هم ممانعتی نکرد. وقتی دید که مزاحمت دارد زیاد می‌شود شغل خود را به او اعلان کرد: من ریاضیدان هستم و آمده‌ام که در

1. Orsay

یک گردهمایی کنفرانس بدهم. آن مکزیکی فرار را بر قرار ترجیح داد! مردم دربارهٔ ریاضیات یک دیدگاه مدرسه‌ای دارند. من اغلب فاصلهٔ بین ایستگاه متروی لوگیشه[1] و اورسی را با اتواستاپ طی می‌کنم. چند روز پیش یک متخصص بیوشیمی [که سوار اتوموبیلش شده بودم] به من گفت: «تصور اینکه تحقیق در ریاضیات چگونه می‌تواند باشد برای من مشکل است».

اغلب مردم اصلاً نمی‌دانند که صرفاً در مدلسازیْ کار بسیار است، و این کار تمام ناشدنی است. برای تغییر تصویری که در اذهان عمومی از ریاضیدانها وجود دارد، فیلمهایی مانند فیلمهای ساختهٔ تیسر[2] به‌نام «آیا در این سالن ریاضیدانی وجود دارد؟» و «ریاضیات، دهکدهٔ من» مفید هستند. باید کارهایی انجام داد که هدف از آنها این باشد که اینجا و آنجا بگوییم ریاضیات چیست. با به‌کارگیری دینامیک هولومورف می‌توان تصاویر بسیار زیبایی تولید کرد و در ضمن می‌توان توضیح داد کار ریاضی یعنی چه. حرفهٔ ما ایجاب می‌کند که این توضیحات را بدهیم و این کار مشکلی است. در رشته‌های دیگر این کار ساده‌تر است. اختر فیزیک رؤیابرانگیز است، شیمی ظاهراً ملموس است. قبولاندن ریاضیات مشکل است زیرا ریاضی بسیار ساختارمند است، هر قطعهٔ کوچک آن بر تمامی آنچه قبلاً انجام گرفته است تکیه دارد. به‌علاوه، در علوم دیگر اهمیت موضوع بهتر قابل درک است. فهمیدن مارپیچ مضاعف ساده‌تر از درک کوهومولوژی چخ[3] است.

ر. ل. مسلماً این‌طور است، درعین‌حال سرشت نمای اویلرهم به‌همان اندازهٔ مارپیچ مضاعف قابل تجسم است.

ا. د. در عوض، توضیح اینکه چرا سرشت نمای اویلر دارای اهمیت است، یا چرا در یک مدل در نظر گرفتن چنبره گاهی مفید است، در واقع کاری است مشکل. انرژی عظیمی می‌بَرَد. بازدهی آن کم است. نسبت کوشش به نتیجه حداقل است.

ر. ل. چند تا ریاضیدان می‌شناسی (یعنی می‌توانی آنها را نام ببری و جزئیاتی از کارشان را بازگو کنی)؟

ا. د. اگر کسانی را در نظر بگیریم که من می‌شناسم، اقلاً به قیافه، و می‌توانم پس از ذکر نام ایشان نظری تقریبی بدهم، حدود پنجاه نفر. اگر لازم نباشد که آنها را شخصاً بشناسم، بیش از صد نفر، اگر ریاضیدانان کلاسیک قدیم را نیز به آنها اضافه کنیم حدود پنجاه نفر دیگر هم هستند.

ر. ل. چند نفر از اینها با تو، در رابطهٔ اردوش، با زنجیره‌ای با طول کمتر و یا مساوی ۳ مربوط‌اند؟

ا. د. حقیقت این است که من خیلی کم چیز می‌نویسم.

ر. ل. از کسانی شروع کنیم که تو با آنها چیزی نوشته‌ای یا اثبات کرده‌ای.

ا. د. این ممکن است حاصل یک بحث در کافه بوده باشد که در حین آن ایده‌ای ارائه کرده‌ام، شاید ده دوازده نفری باشند که با آنها چیزی نوشته‌ام، این شامل دانشجویانم هم می‌شود که آنها را از بن‌بست در آورده‌ام. رابطهٔ استاد-شاگرد قبلاً طولانیتر بود، اما حالا، به‌دلیل اینکه در فرانسه مهلت نوشتن رساله محدود شده است، دانشجویان رساله‌های خود را زودتر تمام می‌کنند و این باعث می‌شود که وابستگی آنها با راهنمای رساله بیشتر باشد. این ما را به سیستم آمریکا نزدیکتر می‌کند، و به عقیدهٔ من به‌خوبی سیستم آمریکا نیست. آن‌وقتها می‌توانستی صبر کُنی تا دانشجو برای تهیهٔ رساله کاری با کیفیت بالا انجام دهد. در حال حاضر تعداد رساله‌ها زیادتر می‌شود، اما کیفیت آنها پایینتر می‌آید.

ر. ل. [در آن زمان] معیار ورود به یک حرفه ممکن بود رساله نباشد، بلکه، مثلاً رقبه‌ای باشد که در کنکور به‌دست می‌آوری؛ آیا این بدتر نبود؟

ا. د. شاید، اما من دلتنگ رساله‌های قدیم هستم. ما هنر نگارش تمام و کمال را [داریم] از دست می‌دهیم.

ر. ل. در استخدام ریاضیدانهای آینده، آیا باید صبر کنیم تا آنها توانایی‌های خود را ثابت کنند؟

ا. د. این وظیفهٔ آموزش است که به اشخاص کارهایی را که می‌توانند انجام بدهند محول کند. من همیشه بر این عقیده بوده‌ام که استخدام مادام‌العمر ریاضیدانها در CNRS شیوه‌ای است ناسالم. اینکه کسی را در سن سی یا بیست و پنج‌سالگی موظف کنیم که تا آخر عمر ایده داشته باشد واقعگرایانه نیست. برعکس، تدریس کردن همیشه امکان‌پذیر است. راهی که به‌نظر من راه خوبی می‌آید عبارت است از یک شغل دائم و مأموریتهای ۴ تا ۵ سالهٔ قابل تجدید.

ر. ل. چه کسی می‌تواند تعیین کند که یک مسیر تحقیقات به بن‌بست رسیده است یا نه؟

ا. د. هیچ‌کس. CNRS (مرکز ملی تحقیقات علمی) جنبه‌های مثبت هم دارد. اِکال[1] را مثال بزنیم، طی ده سال هیچ‌کس اصلاً نمی‌دانست که او تَه آن راهرو چه می‌کند، یک روز مالگرانژ[2] به‌اهمیت کار او پی‌برد.

ر. ل. [درمارهٔ] اصطلاحات ریاضی [چه نظری داری]؟

ا. د. یک اصطلاح بد ممکن است چیزهایی را پنهان کند.

ر. ل. مثلاً؟

ا. د. برای یک توپولوژی ضعیف می‌گوییم «پیوستگی ضعیف»، و این شرط از [شرط] پیوستگی برای یک توپولوژی قوی، قویتر است.

ر. ل. آیا تو [تابه‌حال] برای اشیای ریاضی اسم گذاشته‌ای؟

ا. د. من اسم ماندلبرو را روی مجموعهٔ ماندلبرو گذاشته‌ام. ده دوازده اسم دیگر را هم به سرقت برده یا چیزی به آنها اضافه کرده‌ام. مثلاً «versel». گروتندیگ به خاصیتی که از یک حاصلجمع پیدا می‌شد universelle می‌گفت. من هم گفتم شاید verselle باشد اما مسلماً uni (یعنی متحد) نیست و این باب شد.

ر. ل. چه وقت باید یک نتیجه را چاپ کرد؟

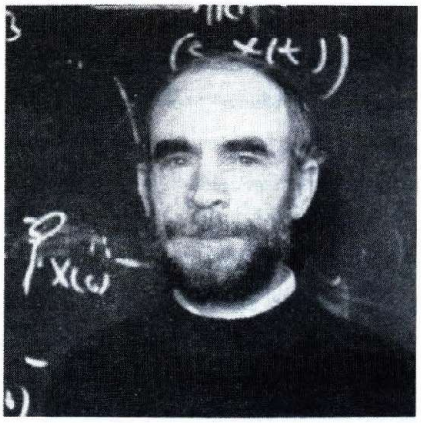
ا. د. هر وقت فکر کردی که چیزی که می‌خواهی بنویسی ۱۰ تا خواننده خواهد داشت.

ر. ل. در حال حاضر، به‌نظر تو، میانگین امید خوانده شدن یک مقاله چقدر است؟

ا. د. مسلماً تعداد مقالاتی که به‌یقین به‌اندازهٔ کافی پخته نیستند زیاده از حد است. در زمینهٔ باریکی که من کار می‌کنم، سالانه ۲۵ سانتیمتر (از ضخامت یک ردیف کتاب در کتابخانه) مطلب ریاضی نوشته می‌شود، از این مقدار من می‌توانم ۲٫۵ سانتیمتر را (در بهترین حالت) بخوانم. در کتابخانهٔ انستیتو هانری پوانکاره ۳ کیلومتر طبقه وجود دارد. اگر ریاضیدانی در سال ۳ سانتیمتر بخواند، در تمام طول عمرش ۲ متر خواهد خواند. اویلر ۱٫۵ یا ۲ متر [ریاضی] نوشته است...

1. Le Guichet 2. Tisseyre 3. Čech

1. Écalle 2. Malgrange



میخائیل گروموف
ترجمهٔ پدرام صفری

رِمی لانژُون. حقیقت ریاضیات چیست؟ آیا مستقل از تمام علوم دیگر است؟ مستقل از جامعه؟ آیا نوعی زبان است؟

میخائیل گروموف. ما ریاضیدانان به‌خود می‌بالیم که چنان پرورش یافته‌ایم که صورتبندی دقیق یک مسأله را بر پاسخ دادن [به آن] مقدم بداریم. پس بر تمایلِ خود به حرف زدنِ عجولانه از نظرات محبوبِ دیرینه‌مان دربارهٔ «ماهیت ریاضیات» مهار می‌زنیم و هوشیارانه (یا با تظاهر به هوشیاری) به‌دنبال مدلهایی موجود از ریاضیات می‌گردیم که به ما امکان صورتبندی سؤالهای معنی‌دار را بدهند. رهیافت اصل موضوعی، که در اواخر قرن نوزدهم کشف شد، چنین امکانی را پیش می‌نهد. این را هیلبرت آیین (صورتگرایی) خود قرار داد، که در آن بدنهٔ ریاضیات به‌صورت «درخت»ی عظیم با رشد نمایی متصوّر می‌شود، «درختِ تمام فرمولهای ریاضی ممکن» که از اصول موضوع می‌روید.

حال سؤالها به‌آسانی در پی می‌آیند. هندسه و توپولوژی کلی این «درخت» چیست؟ «مقیاس بشری»، یعنی اندازهٔ شاخه‌هایِ در دسترسِ انسانهای ریاضیدان، کدام است؟ چه الگوهایی در این «درخت» نمایندهٔ چیزهایی هستند که آنها را «قضیه» می‌خوانیم؟

گودل خاطرنشان کرد که این «درخت» ناهمبند است و در نتیجه ممکن است شاخه‌هایی با پیچیدگی نامتناهی داشته باشد که هیچ مخلوق ریاضی بختی برای بقا در آن نداشته باشد. از آن پس بیشتر ریاضیدانان برنامهٔ (مدل) هیلبرت را نادیده گرفتند و مطالعهٔ «ساختار ریاضیات» اساساً تعطیل شد. و علاوه برکابوس «شاخه‌های گودلی»، صِرفِ رشدِ نماییِ «درخت» هیلبرت آن را حتی برای نمایش «ریاضیات زمینی» ناکافی می‌سازد. پس به مدل بهتری نیاز داریم.

ر. ل. انتخاب اینکه در میان تمام امکانها چه چیزی معنی‌دار است چگونه صورت می‌گیرد؟

م. گ. من از کلماتی چون «مناسب»، «جالب»، «مهم» و غیره، که به‌منظور کنترل اذهان مردم به کار برده می‌شوند، احساس ناراحتی می‌کنم. این کلمات برای توصیه نامه خوب‌اند (وکلاً برای گذران موفقیت‌آمیز زندگی یک ریاضیدان در جامعهٔ بشری)، اما اینجا (امیدوارم که) مسأله‌ای برای حل داشته باشیم، نه کمیته‌ای که متقاعدش کنیم.

بگذارید به صعود از درخت هیلبرت ادامه دهیم، جایی که خود را در محدودهٔ بسیار کوچکی، که همان «ریاضیات بشری» خودمان باشد، خواهیم یافت، [محدوده‌ای که] چون ابرکوچکی در انبوه شاخه‌های با رشد نمایی ناچیز می‌نماید. می‌پرسیم: اندازه، شکل و موقعیت این ابر چیست؟ چگونه برحسب زمان تغییر می‌کند؟ چرا با گرههای ویژه و معینی از این «درخت» قرابت دارد؟ چه قسمتهایی از این ابر را «بد» می‌خوانیم و ریاضیات «خوب» چیست؟

پاسخها شاید نهایتاً متکی به هندسهٔ ذاتی درخت باشند. مثلاً مفاهیم محبوبمان: عدد، فضا، تقارن، بینهایت، پیوستگی، خطی‌بودن و غیره، شاید با گرههایی از درخت متناظر باشند که شاخه‌های فوق‌العاده زیادی از آنها بیرون می‌زند. (این به گفتهٔ یودی خروشفسکی[1] با کشفیات اخیر در نظریهٔ مدلها مطابقت دارد.) اما از این گذشته، موقعیت ابر ممکن است به منطق جهان فیزیکی اطراف ما وابسته باشد و شکل ابرْ حاصل پیچیدگیِ ترکیبیاتی و دینامیکی مغز بشری باشد. (و با اکراه باید تأثیر عاملهای تاریخی و اجتماعی را بپذیریم، همچون روندهای پشتیبانی مالی از ریاضیات.)

پیش از اقدام به پاسخگویی، نیاز داریم راهی بیابیم برای بررسی موضعی این «ابر در درخت» و توصیف حتی‌المقدور موشکافانهٔ آن با زبانی مناسب. سپس قواعدی برای گسترش این ابر در زمان بجوییم. چه چیزی راهنمای ما در درخت هیلبرت است و ما را از فلاکتِ پیچیدگی[2] بی‌معنی و تصمیم‌ناپذیری[3] به دور نگه می‌دارد؟ آیا نظام خودِ درخت است یا تصویری از غریزهٔ بقا، نوعی حس هفتم، یا برنامه‌ای که به‌صورت محصول جانبی و تصادفی تکامل زیستی (فرهنگی) ظهور می‌کند؟ که می‌داند؟ این یک بررسی موشکافانه می‌طلبد و وسوسه می‌شویم که احساسات غریزیمان را دنبال کنیم، چشممان را ببندیم و دیدگاه افلاطونی را در آغوش بکشیم. اینجا، «جهانِ حقیقیِ ریاضیات واقعی» وجود دارد، که در آن مغز ما به‌عنوان یک ایستگاه رله بین ما و این جهان عمل می‌کند، از طریق نیرویی مرموز در «میدانِ معناشناختی»[4] رؤیایی می‌نماید (و می‌توان آن را به یک داستان علمی-تخیلی درخشان تبدیل کرد)، اما قابل قبول نیست مگر آنکه آماده باشیم از تعقل دست بکشیم. (اما تعصب دینی در مورد اعتقاد افلاطونی به حقیقتِ مطلق و هماهنگی درونیِ ریاضیات، پیش‌نیاز موفقیت در کشف و اثبات قضایای درخشان است. خلاقیت از بی‌منطقی همان‌قدر نیرو می‌گیرد که از زاد و ولد.

ر. ل. نظرتان دربارهٔ محکهای زیبایی‌شناسی در ریاضیات چیست؟

م. گ. اگر به‌خاطر احساس مثبتی نسبت به ریاضیات نبود از همان ابتدا ریاضیدان نمی‌شدیم. این را «زیبایی‌شناسی» بنامید یا «عشق اخلاقی به حقیقت» یا هر نام (البته اصیل!) دیگری. این توضیح واضحات است، بازی صِرف با لغات، که آنقدر ارزش ندارد که به زبان آورده شود. و کجا [می‌توان] شاهدی بنیادی برای تأثیر زیبایی‌شناسی بر ریاضیات یافت؟ شاید در آینده؛ تصور کنید که ۲۰ میلیون سال دیگر اَخلاف هوشمندی از گونه‌های امروزی را ملاقات کنید که از موهبت درک فطری زیبایی‌شناسی برخوردار شده باشند. ظاهراً برخی پرندگان از این لحاظ از انسانها سبقت می‌گیرند، مثلاً طاووس (ماده) و مطمئناً پرنده‌های آلاچیق[5] که نوع نرِ آنها «آشیانه‌ها»ی مفصلی ساخته و تزئین می‌کنند که اختصاصاً برای جلب ماده‌ها در فصل جفت‌گیری است. اگر اَخلاف طاووسها (دست کم آنان که به ریاضیات قدری می‌نهند) میل خاصی به الگوهای هندسی پیچیده از خود نشان دهند (مثلاً به کاشی‌کاریهای نامتناوب فکر کنید) مشابه (؟) احساسی که به طاووس‌دوستان

1. Udi Hrushovski 2. complexity 3. undecidability
4. semantic field 5. bowerbirds

با مشاهدهٔ دمهای رنگارنگ اجدادشان دست می‌داد، «ایدهٔ زیبایی‌شناسی» پشتوانهٔ قابل ملاحظه‌ای خواهد یافت. و اگر انتظار برای ظهور طاووسها و پرنده‌های عاقل غیرعملی به‌نظر می‌رسد، دربارهٔ نظام مغز خودمان بیشتر فراگیریم و ببینیم که آیا «مرکز زیبایی‌شناسی» (اگر اصلاً چنین چیزی موجود باشد) به «مرکز ریاضیات» متصل است [یا نه].

ر. ل. انگیزشهای بیرونی چه‌طور؟

م. گ. «چشم ذهن» ما با نقاط کوری پوشیده شده است. نگاه از بیرون به شفافیت بینش ما کمک می‌کند.

ر. ل. آیا مثالهایی از مسیرهایی که فراموش شده‌اند دارید؟

م. گ. در هر نقطهٔ درخت هیلبرت تعدادی نمایی (به‌عنوان تابعی از طول) راه برای انتخاب داریم، ولی غالباً احساس می‌کنیم «جایی برای رفتن نیست». شاید به خاطر این باشد که اتفاقاً در قعر «چاه»ی موضعی ایستاده‌ایم (با تجسم هندسی مناسبی از درخت) یا به‌خاطر تطابق مسیرهای بالقوه با نقاط کور ذهنمان. احتمالاً بینهایت موقعیت را از دست می‌دهیم و فقط وقتی از آن آگاه می‌شویم که شخص دیگری آن را به ما گوشزد کند. یک مثال، نظریهٔ اطلاعات شانون[1] است. ما نسبتاً با تأخیر به روند تکوین نظریهٔ یانگ‌ـمیلز[2] پیوستیم، نظریهٔ زایبرگ‌ـویتن[3] از نظرمان دور ماند و از فیزیکدانان در زمینهٔ میدانهای همدیس و ریسمان عقب هستیم. در مبحث پرهیجان کامپیوترهای کوانتومی و DNA مشارکت نداریم.

ر. ل. چرا بعضی از ریاضیکاران کم‌کم از آن‌چه ریاضیات «محض» نیست منزجر می‌شوند؟

م. گ. پیروی از قول سقراط دردآور است: از هرچه نمی‌دانی به تمام و کمال آگاه باش.

ر. ل. بسیاری از مردم بر این گمان‌اند که دانش در ریاضیات به کمال رسیده است ...

م. گ. دقیقاً. دربارهٔ آنچه نمی‌دانید کمتر می‌یابید ... مرزها به نوعی کندتر از درون رشد می‌کنند.

ر. ل. دستگی دارد، اگر در یک فضای هذلولوی باشید ...

م. گ. مغز هر ریاضیدان تکه‌ای از «ابر در درخت»مان را به‌همراه دارد، ابرِ شخصیِ کوچکی دقیقاً همانجاکه سیناپس‌هایمان با درخت هیلبرت تماس می‌یابند. این ابرهای کوچک ممکن است هندسهٔ فرکتالی و در نتیجه مرزهای نسبتاً بزرگ داشته باشند. در این مرحله گفتنش سخت است ولی شاید بتوان آن را با حرکات بشر قیاس کرد که در آن سیستم نورونی ما، آن‌گونه که آزمایشها نشان می‌دهند، با داشتن درجهٔ آزادی بسیار از خیلی از مسیرها اجتناب می‌کند. این شاید راهبرد ریاضی مغز ماهم باشد، که مثلاً باعث تساوی $P = NP$ در ریاضیاتِ روزمره می‌شود. ما اساساً مسائلمان را با همان سرعتی حل می‌کنیم که بیانشان می‌کنیم. احیاناً دو هزار مغز-ساعت برای بیان قضیهٔ فرما صرف شده است و فقط لحظه‌ای (در مقایسه با exp ۲۰۰۰) برای حل آن، حداکثر 10^5 مغز-ساعت. (درواقع باید طول اثبات را مقایسه کرد با زمانی که برای یافتن آن لازم است). شاید کوتاهترین اثباتِ [قضیه] فرما با واحدهای معقول، از مرتبهٔ لگاریتم زمان صرف‌شده برای جستجوی اثبات باشد. این «تساوی عملی $P = NP$» در تناقض آشکار با شهود ریاضی ماست که انتظار داریم NP خیلی با P فاصله داشته باشد. این شکافی بنیادین در درک ماست ــ اگر درکی باشد ــ از اینکه ریاضیات چگونه کار می‌کند. ما علاوه بر فکر محض، به آزمایشهای زیست‌شناختی، روان‌شناختی و/یا رایانه‌ای نیاز داریم. اما ما به‌عنوان یک جامعه، از چنین مسائلی از ترس آلودگی به فلسفه، سرباز می‌زنیم. ما بسیار مفتخریم از اینکه دربارهٔ چیزی صحبت کنیم که ۱۰۰٪ [آن را] نمی‌فهمیم ولی شاید باید در برخی مواقع از دانشمندان [علوم تجربی] تقلید کرده سعی کنیم با دید ۵٪ برانیم. نمی‌توانیم همه‌چیز را به تمامی بدانیم، ولی این دلیلی برای در خانه ماندن نیست.

ر. ل. برخی افراد تمام عمرشان در یک مبحث کار می‌کنند ...

م. گ. حتی بهترین اذهان ممکن است با دنبال کردن مسیرهای ریاضی تا عمق، به‌محدودیت دید دچار شوند، چه یک مبحث باشد چه یک دوجین. کلاین به برنساید و فروبنیوس حمله می‌کرد و زیگل، لنگ[1] را به سطحی‌نگری متهم. اما بعضی مواقع وسیع بودن بیشتر صَرف می‌کند تا عمیق بودن و به سبب گسترش‌نمایی درخت هیلبرت هیچ‌کس نمی‌تواند هر دو خصیصه را داشته باشد.

ر. ل. نقش وقایع غیرمنتظره در ریاضیات در قیاس با نقش برنامه [دبزی].

م. گ. واقعهٔ غیرمنتظره بیش از چیزی که انتظارش می‌رود مورد انتظار ماست. من این مطلب را که بعضی اوقات امور دقیقاً آن‌چنان اتفاق افتاده‌اند که انتظارشان می‌رفته است جذابتر می‌یابم (قضیهٔ فرما را ببینید). «معجزه» است؛ چگونه ممکن است؟ برنامه‌هایی مثل آنچه در هندسهٔ جبری یا توپولوژی جبری وجود دارد و عمدتاً از کار سر[2] نشأت می‌گیرد به‌طرز جالب توجهی موفق بوده‌اند، و این یک «معجزه» است.

ما برای فهم چشم‌انداز ریاضیات هنوز خوب مهیا نشده‌ایم، شاید فاقد زبان مناسب هستیم. زبانی داریم که با آن می‌توانیم هر چیزی را بیان کنیم، اما شاید کارا نباشد. مثل نظریهٔ خورشیدمرکزی که برای توصیف منظومهٔ شمسی کاراست، نه به دلایل ریاضیاتی بلکه به دلایل روان‌شناختی. از نظر محاسباتی، این فقط کمی بهتر از نظریهٔ بطلمیوسی است. با این وصف، تغییر منطق به دانشمندان این امکان را داده است که دیدگاه متفاوتی نسبت به واقعیت پیدا کنند.

ر. ل. سؤال جنبی: آیا رابطه‌ای میان زبان، گروهی که به آن تعلق دارید، و روش ریاضی‌ورزی شما هست؟

م. گ. البته که هست، ولی در اینجا ما نه دربارهٔ زبان(های) ریاضی، که دربارهٔ زبانی برای توصیف ریاضیات صحبت می‌کنیم، چیزی که باید مکمل منطق ریاضی و صورتگرایی هیلبرت باشد. مثلاً، معنیِ دقیق «شباهت» میان دو قضیه (اثبات) یا احساس سربالایی رفتنِ یک برهان چیست؟ ما هنوز حتی یک سیستم بطلمیوسی هم نداریم. شاید بازی با رایانه و تولید «ریاضیات مصنوعی» به ما بیاموزد که چیز واقعی چیست (همان‌طور که برخی این کار را با حیات مصنوعی می‌کنند).

ر. ل. بازیهای کانوی[3] را به یاد بیاورید.

م. گ. سعی کنید کاری بسیار متفاوت با آنچه اذهان ما انجام می‌دهد انجام دهید، برخی قواعد را استخراج کنید و ببینید وقتی آنها را به‌طور ماشینی بپرورانید چه می‌شود، متوجه‌اید که. منظور، فاصله گرفتن از شهود است.

ر. ل. نکتهٔ دوم: ریاضیات در طول نیم قرن اخیر.

1. Shannon 2. Yang-Mills 3. Seiberg-Witten

1. Lang 2. Serre 3. Conway

م. گ. همان‌طور که همه می‌دانند مقدار زیادی مطلب ریاضی پرورانده شد، و بیش از پیش بر ساختار تأکید شد. از سوی دیگر در یک مجلهٔ دههٔ چهل تقریباً دربارهٔ همه چیز می‌توانید بخوانید، در مجلات امروزی دیگر چنین نیست. در دههٔ چهل می‌توانستید ۵۰٪ مطالبِ منتشره را بخوانید. ریاضیات بسیار تخصصی‌تر شد و این پیامدهای خوب و بد دارد. اکنون غیرحرفه‌ای‌ها بسیار اندک‌اند، همچنان که در ورزش، و نمی‌دانم که مردم عموماً در ورزش پیشرفت کرده‌اند یا نه. به همین ترتیب اینکه آیا بشر در کل برای فهم جهان مهیاتر شده است روشن نیست. یکی از ریاضیدانانِ بسیار حرفه‌ای هم‌عصر ما را بردارید و او را در محیط فکری جدیدی بگذارید. آیا او به خوبیِ افراد دوره‌های قبل عمل خواهد کرد؟

در واقع تمامی تمدنِ بسیار تخصصی‌شدهٔ ما مصداق این مطلب است. تصور کنید ما را به محیط اجدادمان برگردانند.

ر. ل. کافی است پژوهشگر جوانی را به کشور دیگری منتقل کنید، برخی [با محیط جدید] سازگار می‌شوند و برخی نه، و آنان که چنین تجربه‌ای را با موفقیت می‌گذرانند غالباً همانهایی هستند که بعداً موفق می‌شوند.

م. گ. کاملاً، و اگر به ریاضیات برگردیم، گمان می‌کنم این حرف با این گفته آدامار توافق دارد: «ایده‌های ساده در پایان کار ظهور می‌کنند». طول اثباتهای ما غالباً به‌خاطر تاریخچهٔ آنهاست و نظام تخصصی کنونی ریاضیات ما را از «نگرش افقی»، و لذا میان بر زدن، باز می‌دارد.

ر. ل. گرچه وقتی نتیجه‌ای را توضیح می‌دهید راه میان‌بر گاهی زیادی کوتاه است.

م. گ. نکتهٔ اصلی این نیست که آنها کوتاهترند، بلکه این است که جهت را تغییر می‌دهند. این محتاج انواع متفاوتی از تواناییهاست.

ر. ل. پس شما بین تواناییِ تشخیص جهتِ درست و تواناییِ یافتن میان‌برها و بازآراییِ دانسته‌ها در وهلهٔ بعد تمیز قائل هستید.

م. گ. و این تواناییها نیاز به انواع متفاوتی از آمادگی دارد. همچنین، وقتی ریاضی می‌ورزید مهارتهایتان را در نوع خاصی از فعالیتها بیشتر می‌کنید، حال آنکه در آغاز استعدادهایتان تقریباً هم‌سطح بوده است. مثلاً اگر تمام عمرتان به هندسهٔ ترکیبی[1] بپردازید توانایی شما در کار با اعداد محو می‌شود. برای جبران این امر به تنوع بیشتر در آموزش احتیاج داریم.

ر. ل. یعنی تنوع فکری را حفظ کنیم؟

م. گ. بله، این امری حیاتی برای بشریت است: تنوع روشهای تفکر، در علوم انسانی و نیز در ریاضیات (رجوع کنید به کتاب دایسن[2] با عنوان تفاوت و تنوع).

ر. ل. نکات دیگری دربارهٔ ۵۰ سال گذشته [دارید]؟

م. گ. این به نوعی یک سؤال تخصصی است؛ چیزهای زیادی اتفاق می‌افتند، نمی‌دانم کدام را انتخاب کنم.

ر. ل. فکر نمی‌کنید بخواهید موضوعی را انتخاب کنید؟

م. گ. خیلی زیادند ...

ر. ل. نکتهٔ سوم: جامعه از ریاضیدانان چه توقعی می‌تواند داشته باشد؟

م. گ. سؤال دوپهلویی‌ست ــ منظورتان از لغت فرانسوی «droit» چیست؛ معنای اخلاقی آن مورد نظر است [یا] معنای حقوقی؟

ر. ل. معنای اخلاقی را در نظر بگیرید.

م. گ. احتمالاً کارکرد عمدهٔ ما Kulturträgership [انتقال فرهنگ] است. یعنی ما جزئی از فرهنگ هستیم، آن را حمل می‌کنیم، جذب می‌کنیم و تحویل می‌دهیم. این نقش عمدهٔ ماست. البته جنبه‌های کاربردی ریاضیات هم هست ــ که من خیلی زیاد طرفدار آنم ــ اما مهمتر از آن، نوع خاصِ فرهنگ ماست که در شاخه‌های دیگرِ علوم نیست: منطق، دقت، نحوه نظام بخشیدن به اشیاء ... این چیزی است که جامعه از ما انتظار دارد، خصوصاً آموزش ریاضی را از ما می‌خواهد. و اکنون ریاضیدانان کاملاً این [انتظار] را بر نمی‌آورند، آموزش جامعه در کل.

ر. ل. ما می‌خواهیم در این جهت کاری بکنیم، و در عوض کار دیگری که ساده‌تر است انجام می‌دهیم: آموزش کارهای مکانیکی با ماشین به افراد.

م. گ. رایانه جداً چشم‌انداز آموزشی را تغییر می‌دهد و نیازمند مطالعه‌ای ویژه از زاویهٔ روان‌شناسی کودک، ساختار اجتماعی و غیره است. اما وظایف اخلاقی ما پابرجا می‌مانند؛ و در تلاش برای آموزش ریاضی به یک غیرخودی، مثلاً به رفیق دانشمندمان، باید آمادهٔ ارزیابی انتقادی از آنچه می‌کنیم و اینکه چرا می‌کنیم باشیم. حقیقتِ تلخ آن است که برنامه‌ریزی اجتماعی بسیار تعیین‌کننده است، «استاد راهنمایم به من گفت ــ این کار را بکن!». متأسفانه ما خودمان به‌ندرت به این [نکته] توجه داریم.

ر. ل. در بحث مرجعیت [علمی]، به موضوعِ «پیش‌سفیدان» که ذکرشان رفت برمی‌گردیم.

م. گ. ما، که میمونهاییِ اجتماعی هستیم، تمایلات و گرایشهایمان خواهی نخواهی تحت تأثیر مُد روز و سلسله مراتب شکل می‌گیرند. نمی‌توانیم اذهانمان را به اختیار از سلطهٔ افرادِ بانفوذ آزاد کنیم ولی می‌توانیم بتهای قدیمی را با رو در رو کردن آنها با بتهایِ خارج از ریاضیات به زیر بکشیم. در عمل نیازمند روابط متقابل با مخاطبان غیرریاضی هستیم.

ر. ل. ابتدا به افرادی نیاز داریم که این کار را بکنند.

م. گ. می‌شود موضوع مشخصی را در نظر بگیریم و دو گروه افراد را بیاوریم که یک گروه معتقد باشند ریاضیات برای آن موضوع خاص مفید است و گروه دیگر معتقد باشند که بیفایده است. مثلاً ریاضیات و ژنتیک را در نظر بگیرید، افراد را به دو طرف «بیفایده» و «مفید» تقسیم کنید و مناظره‌ای (با آمادگی کافی) ترتیب دهید. من به نحوهٔ سازمان‌دهی آن فکر کردم و دریافتم که این کارِ من نیست. به آدمهایی که علاقه‌مند به این گونه فعالیتها باشند احتیاج است.

ر. ل. و مشکل انتشار این مناظره هم هست، اگر این کار بشود به این خاطر است که می‌خواهید اندیشه‌هایی از آن تراوش کند، و منشأ اثری باشد.

م. گ. فکر می‌کنم خیلی مفید خواهد بود چون عموم مردم درمی‌یابند که مسائلی هست.

ر. ل. باید برای عموم مردم قابل فهم باشد.

م. گ. دقیقاً؛ شاید در قالب مناظره جذابتر شود. مثلاً به یاد بیاورید آرنولد چگونه در گردهمایی اخیر انجمن ریاضی فرانسه سخنرانی کرد. هرچه گفت به نوعی مناظره بود و به همین خاطر خیلی راحت می‌شد آن را دنبال کرد. حواستان همواره متوجه سخنرانی بود (مانند مسابقهٔ بین تارتاگلیا[1] و فراری[2] در ایتالیای دورهٔ رنسانس).

ر. ل. پس فکر می‌کنید چنین مباحثهٔ جدلی علاقهٔ عموم را برانگیزد؟

---

۱. هندسهٔ اقلیدسی (در برابر هندسهٔ تحلیلی).م.

2. Dyson

1. Tartaglia 2. Ferrari

م. گ. جامعه باید بداند که ما ریاضیدانانْ زنده هستیم. متأسفانه بسیاری از روشنفکران فرانسه که به علوم انسانی مشغول‌اند می‌پندارند که ما کودن و ملال آوریم.

ر. ل. به این وضوح هم نیست، من فرصتی برای کار با افرادی که در علوم انسانی فعالیت می‌کنند داشتم و آمیزه‌ای احساس کردم از آن چه می‌گویید و احترامی مبالغه‌آمیز، وقتی کسی استدلالی را در [لفافی از] ریاضیات می‌پیچد [آن استدلال] جدی به‌نظر می‌رسد و آنها جرأت حمله به آن را ندارند.

م. گ. چه ریاضیاتِ تقلبی و مزاحمی!

ر. ل. البته، و ما حداقل باید مداوماً سعی کنیم آن را اصلاح و به مسیر دیگری هدایت کنیم ... این به آن معنی نیست که هدفی نهایی وجود دارد که روشن است، اما دست‌کم می‌توانیم در جهت بهبود بکوشیم.

م. گ. ما ریاضیدانان نباید فقط بر ریاضیات به‌طور اخص تأکید کنیم، بلکه می‌توانیم مروج مناظره‌ای جدی با جامعه باشیم، تفکری در سطح عالی روشنفکری. تفکر جدی، که ریاضیات جزئی از آن است.

ر. ل. اخیراً پرس و جویی خیلی خودمانی کردم؛ از بعضی کسانی که درسشان را هفت‌ـهشت‌ـده سال قبل تمام کرده بودند پرسیدم از آنچه در ریاضیاتِ دانشگاه یا مدرسه آموخته‌اند چه به یاد می‌آورند، جوابِ نُه از دَه‌شان این بود: هیچ! این [جواب] کارِ اشخاص مرتبط با آموزش را در معرض تردید قرار می‌دهد، دوم اینکه آیا این جوابْ درست است؟ من شخصاً فکر می‌کنم که نه؛ با جستجویی دقیقتر باید آنچه را باقی مانده بیرون کشید، ولی چرا چنین واکنش اولیهٔ منفی‌ای؟ بخشی از مشکل چیزی است که تدریس می‌کنیم.

م. گ. من معتقدم مشکل دیگری هم در مدارس هست.

ر. ل. [حال بپردازیم به] فعالیتتان: کجا، کِی و چطور کار می‌کنید؟

م. گ. وقتی جوان بودم می‌توانستم تمام روز کار کنم. افسوس، دیگر نمی‌توانم!

ر. ل. من عکسش را گمان می‌کردم؛ وقتی شروع کردم خیلی سخت بود که واقعاً آغاز به کار کنم، بعداً بازده با [افزایش] تجربه افزایش یافت.

م. گ. آیا جسمت هنوز در برابر تفکر جدی مقاومت نمی‌کند؟

ر. ل. گاهی اوقات، ولی این افزایش بازده در سنین بین ۲۰ و ۳۰ را بیشتر به یاد می‌آورم.

م. گ. گمان من دقیقاً برعکس نیست. اول اینکه وضعیت دانشجو با وضعیت پژوهشگر متفاوت است. بگذارید به‌خاطر بیاروم ... از لحظه‌ای که شروع کردم، از سن ۲۰ سالگی، به نوع احساس تنزل می‌کردم.

ر. ل. شاید چون با سرعت خیلی زیادی شروع کردید؟

م. گ. البته در ابتدا کار خیلی فشرده بود.

ر. ل. روزی ۱۰ ساعت؟

م. گ. گاهی بیشتر.

ر. ل. چطور [کار می‌کنید]؟ آیا به کمی تمرکز، محیط ساکت، مکان مشخصی احتیاج دارید؟

م. گ. مسلماً سکوت.

ر. ل. یا می‌توانید در مترو، در حال راه رفتن ...، کار کنید؟

م. گ. آن هم بله، ولی برای مقاصد مختلف به چیزهای مختلفی نیاز دارید. گاهی لازم دارید که بنشینید و بنویسید. به هر حال من سر و صدا را دوست ندارم.

ر. ل. آیا نوشتن برای شما لذت‌بخش است؟

م. گ. این با [گذشت] زمان تغییر کرده است، وقتی جوان بودم از آن نفرت داشتم، حال دارم به آن علاقه پیدا می‌کنم. حس می‌کنم چیزهای کمتر و کمتری برای گفتن دارم ولی می‌توانم آن را بهتر بیان کنم زیرا می‌دانم چطور بیانش کنم.

ر. ل. آیا اصطلاح جدیدی ابداع کرده‌اید؟

م. گ. بله، فکر می‌کنم. مطمئناً چندتایی ابداع کرده‌ام. سؤال این است که چه تعداد از آنها مقبولیت یافته است. من از پاسخ دادن به این سؤال اکراه دارم، چون ممکن است برآوردم مبالغه‌آمیز باشد.

ر. ل. من به «زمان‌شناسی» هم علاقه دارم، وقتی اصطلاحی وضع می‌کنید، [آن اصطلاح] از کجا می‌آید؟

م. گ. نه، شما لازم نیست کلمات را اختراع کنید، فقط سعی می‌کنید واژگان مناسب را بیابید، همان کاری که هر کس دیگری می‌کند.

ر. ل. برخی افراد اصلاً اهمیتی [به اصطلاح] نمی‌دهند و برخی سعی می‌کنند ایدهٔ آنچه را که می‌خواهند بگویند در یک لغت خلاصه کنند.

م. گ. انتخاب لغت مناسبی که تداعیهای جالبی به همراه بیاورد و ذهنتان را با آن‌چه به شما گفته می‌شود هماهنگ کند فرهنگ ریاضی می‌خواهد. به همین دلیل بورباکی از این لحاظ خیلی خوب است و اصطلاحات ریاضیدانهای جوان غالباً خام و گمراه‌کننده است. (مثالهایی دارم ولی احتیاج به دشمن ندارم.) همچنین وقتی زمینه‌های کاری را به هم می‌پیوندید دقت در واژگان سرنوشت‌ساز است. کافی است ۱۰ دقیقه با اُفِر گابر[1] صحبت کنید تا بفهمید چقدر لهجهٔ شما دهاتی است!

ر. ل. چه وقت فکر می‌کنید که نتیجه‌ای باید چاپ شود؟

م. گ. وقتی جوان بودم می‌توانستم سالهای زیادی برای رسیدن به نتیجهٔ نهایی تلاش کنم، این گاهی اوقات اتفاق می‌افتاد. حالا چنین انتظاری ندارم و خیلی سریعتر چاپ می‌کنم.

ر. ل. معمولاً مردم دقیقاً به خلاف این عمل می‌کنند، جوانان نیاز دارند سطری به کارنامه‌شان بیفزایند، و وقتی پیرتر می‌شوند سطح توقعشان بالاتر می‌رود.

م. گ. عامل دیگری هم هست. وقتی جوان بودم کاری می‌کردم و ۱۰ سال بعد هرچه بود به خاطر می‌آوردم، بنابراین زحمت نوشتن را به خود نمی‌دادم. اکنون اگر نوشتن را به تأخیر بیندازم ممکن است محتوا را فراموش کنم. می‌توانم به راحتی آنچه را در بیست سالگی انجام می‌دادم به یاد بیاورم، ولی برای به‌یاد آوردن آنچه ۳ سال قبل می‌کردم نیاز به تلاش دارم.

ر. ل. پس بسیار بیش از پیش نوعی فوریت احساس می‌کنید؟

م. گ. کاملاً، چون وقتی جوان هستید زمان نامحدودی در پیش دارید.

ر. ل. به هر حال محدود است.

م. گ. شما به این نحو فکر نمی‌کنید. البته زمانْ زمانِ مطلق نیست، زمانِ درونی است که سریعتر از زمان واقعی تحلیل می‌رود، چون مقدار اطلاعاتی که در مغزتان پردازش می‌کنید با سن کاهش می‌یابد.

ر. ل. آیا شما دانشجو دارید؟

م. گ. نه خیلی. ۵ یا ۶، مطمئناً کمتر از ۱۰ نفر در مجموع.

1. Ofer Gabber

ر. ل. خیلی بد نیست! بعضیها مانند ماشین فارغ‌التحصیل تولید می‌کنند، ولی اگر شما دانشجویانی تربیت کنید که بعدها راه خاص خودشان را در پیش بگیرند [موضوع] تفاوت می‌کند (افرادی چون پانسو[1] در نظرم هستند) ...

م. گ. پانسو و لابوری[2] از همه بهترند.

ر. ل. یادم می‌آید که یک دانشجوی مشترک هم داشتیم: زغیب[3] ...

م. گ. تجربهٔ خوبی بود.

ر. ل. احساس می‌کنید که دنباله‌رو چه کسی هستید؟ اگر اجازه داشته باشید نام دو یا سه ریاضیدان را ذکر کنید چه کسانی را برمی‌گزینید؟

م. گ. افراد دو دسته‌اند، آنها که در اطراف من بوده‌اند و نویسندگان مقالاتی که شخصاً با آنها آشنایی نداشته‌ام.

ر. ل. بگذارید با اطرافیان آغاز کنیم.

م. گ. در لنینگراد، استاد من رُخلین[4] بود. از بوریس وِنکُف[5] (جبردان) هم می‌آموختم ، اطلاعات بی‌حد و حصری داشت. وقتی برایم توضیح داد که چگونه قضیهٔ هلی[6] از دنبالهٔ طیفی لوری[7] نتیجه می‌شود تحت تأثیر قرار گرفتم [و] به این ترتیب در جرگهٔ طرفداران پر و پا قرص توپولوژی جبری درآمدم. و بعدها از یورا بوراگو[8] و تولیا وِرشیک[9] چیزهایی آموختم. سپس تحت تأثیر کاژدان[10] و مارگولیس[11] بودم، که خیلی ملاقاتشان نمی‌کردم، و همین‌طور غیرمستقیم [تحت تأثیر] آرنولد. ایده‌های او [که] از طریق افراد دیگر [به من می‌رسید] برایم مهم بود، به‌خصوص پنداره‌هایش در هندسهٔ همتافته[12].

ر. ل. آرنولد خیلی از شما مسنتر است؟

م. گ. نه، شاید پنج سال، ولی او در مسکو بود. مقالاتی هم بودند، و آغاز زندگی حرفه‌ای من با [مطالعهٔ] کارهای اسمیل[13]، نَش[14]، هِرش[15] و هِفلیگر[16] شکل گرفت. نَش قهرمان من بود. معتقدم که هنوز تنها کسی هستم که مقاله‌هایش را با دقت می‌خوانم.

ر. ل. از نظر شما ریاضیدانان مهم به‌ویژه در دورهٔ ما، چه کسانی بوده‌اند؟

م. گ. فکر نمی‌کنم کار خوبی باشد که اسم آنها را ذکر کنیم، چون ممکن است کسی را فراموش کنم.

ر. ل. خوب، بیایید ۲۰ نفر، ۱۰۰ نفر را نام ببرم.

م. گ. همهٔ ما در مورد بیشتر اسامی توافق داریم.

ر. ل. این راهی برای فرار از سؤال است ...

م. گ. بله.

ر. ل. آیا با شکست مواجه شده‌اید؟

م. گ. مکرراً. مسائل بسیاری هستند که به آنها دست می‌یازید و نمی‌توانید حلشان کنید. گاهی کس دیگری آن را حل می‌کند.

ر. ل. و پیامد چنین شکستی چه بود؟ آن حوزه را ترک می‌کردید یا برخی اطلاعات را برای استفادهٔ بعدی حفظ می‌کردید؟

م. گ. نه، برخی مسائل هستند که مدت زیادی به آنها فکر کردم و نتوانستم حلشان کنم و دیگر به آنها فکر نمی‌کنم.

ر. ل. می‌خواهید نمونه‌ای ذکر کنید؟

م. گ. سالهای زیادی به قضایایِ از نوع رمزی[17] فکر کردم. اولین صورت قضیهٔ رمزی (که در سال اول دانشگاه آن را یاد گرفتم) حاکی است که از میان شش نفر، دست‌کم سه نفر دو به دو با هم آشنا هستند یا دو به دو با هم بیگانه‌اند. در آن هنگام خیلی افتخار می‌کردم که آن را تعمیم داده‌ام تا قضیهٔ رمزی کلی را به‌دست آورم، نتیجه‌ای که البته معلوم شده بود، و در همان زمان دستاورد دوِرتسکی[1] دربارهٔ مجموعه‌های محدب منتشر شده بود، و همین‌طور قضیهٔ وَن دِر واردن[2] را می‌دانستم (پیدا کردن تصاعدهای حسابی در مجموعه‌هایی از یک افراز اعداد). وقتی با این سه گزاره مواجه می‌شوید، در این قالب مشترک در می‌آیند که می‌خواهید اشتراکی ناتهی باشد. سعی کردم از توپولوژی جبری استفاده کنم و این به‌طور جزئی (و فقط به‌طور جزئی!) برای [قضیهٔ] دوِرتسکی کارایی داشت ولی نه برای حالات دیگر، که در آنها ظاهراً مجموعه‌ها به این دلیل یکدیگر را قطع می‌کنند که اندازه‌شان بزرگ است (و نه «محتوای هومولوژیک»شان). سرانجام حدود ۲۰ سال پیش، این توسط فورستنبرگ[3] در اثبات «ارگودیک»اش از قضیهٔ سمردی[4] به‌صورت یک مفهوم درآمد و ایده‌هایش از آن زمان تاکنون بسیار توسعه یافته است. من هنوز هم می‌پندارم که ساختار هندسی نهفته‌ای آنجا هست، نه فقط شمارش صِرف، ولی ۱۰ سال قبل، پس از ۲۵ سال شکست، دست از فکر کردن در این باره برداشتم.

ر. ل. چطور تعیین می‌کنید که چه چیز برایتان مهم است؟

م. گ. بیشتر عمرم فقط از احساسم پیروی کرده‌ام. اکنون سعی می‌کنم به‌سوی یادگیریِ (متأسفانه سطحیِ) ایده‌هایی از علوم [طبیعی] بروم که بینشی متفاوت با آنچه از اثبات قضایا به‌دست می‌آید، به آدم می‌دهند.

ر. ل. همین‌طور ایده‌های شهودبرانگیز ...

م. گ. بلکه یادگیری.

ر. ل. فکر می‌کنم حتی در کاری که شما می‌کنید، تغییر رشته پس از چهار پنج سال تحقیق در یک موضوع، هنگامی که ممکن است شروع به تکرار کارهای قبلی کنید، نوعی ریسک است، ولی پس از دو سه سال شاید چیزی تولید کنید که از کار فرضیتان در حوزهٔ [تحقیقی] اولتان نوتر باشد.

م. گ. مثل این نیست که برای رفتن به میهمانی‌ای دوش بگیرید که ممکن است لغو شود، و ریسکِ پاکیزه شدن به‌خاطر هیچ را بپذیرید؟ من یادگیری و خلق ایده‌های نو را از هم جدا نمی‌کنم. «نو» موضوع را هیجان‌انگیز می‌کند.

ر. ل. من در کتابی از کوین[5] دربارهٔ نوآوری خواندم که صِرف وارد کردن ایده‌ای از یک حوزه به حوزهٔ دیگر را باید گامی معنادار به حساب آورد.

م. گ. نکتهٔ درستی است. درضمن، بخشی اساسی از ریاضی‌ورزی، بازآرایی اذهان خودمان است. آن‌چه از شما ریاضیدان می‌سازد ذهن شماست، نه فقط قضایای اثبات‌شده. پس ما هم یاد می‌گیریم و هم سعی می‌کنیم قضایایی ثابت کنیم؛ هردوی این کارها را می‌کنیم تا ذهنمان را تعالی بخشیم. مطمئناً قضیه‌ای خوب نمایانگر ذهنی درخشان است، ولی از نظر اجتماعی، ذهن عالی را بسیاری، نه فقط ریاضیدانان، تشخیص می‌دهند، حتی اگر میوهٔ رسیدهٔ این ذهن از دسترسشان دور بماند. بنابراین ارزیابیِ «ریاضی‌ورزی» (نه فقط دانش ریاضی) بسته به منظرمان شدیداً تفاوت می‌کند.

ر. ل. البته درس و تمرین به تنهایی کافی نیست.

م. گ. مطمئناً، اما اگر [چیزی] را بخوانید و بیاموزید آن چیز از آن شما می‌شود، فقط آن را از بر نکرده‌اید؛ البته بهتر آن است که بتوانید کار قابل توجهی

1. Pansu 2. Laborie 3. Zeghib 4. Rochlin 5. Venkov 6. Helly 7. Leray spectral sequence 8. Yura Burago 9. Tolia Vershik 10. Kazhdan 11. Margulis 12. symplectic 13. Smale 14. Nash 15. Hirsh 16. Haefliger 17. Ramsay

1. Dvoretzky 2. Van der Waerden 3. Furstenberg 4. Semeredi 5. Kuhn

انجام دهید؛ و اگر ریاضیات را ترک کنید برحسب قضایا[یی که ثابت کرده‌اید] ارزیابی نمی‌شوید بلکه با معیارهای دیگری سنجیده می‌شوید که دستیابی به آنها حتی مشکلتر است.

ر. ل. من نظرم این است که این دشواری از نوع دیگری است و بستگی به اهمیت کاری که انجام می‌دهید دارد؛ به هر حال موافقم که ارتباط برقرارکردن با شخصی در زمینهٔ دیگر و پاسخ‌دادن به سؤالاتش، چالشی است؛ مهم نیست که پاسخ آن سالها قبل بر ریاضیدانان مکشوف شده باشد.

م. گ. سخت است عوامل درونی و بیرونی را از هم مجزا کنیم. در آغاز، به‌خصوص وقتی جوان هستید، یادگیری را آغاز می‌کنید چون یادگیری را دوست دارید، چون فکر می‌کنید قضیه‌هایی ثابت خواهید کرد، و این انگیزهٔ درست است.

ر. ل. نه فقط یادگیری، بلکه این چالش که با ایده‌هایتان گامی کوچک بردارید.

م. گ. وقتی خیلی جوان هستید شاید بلندپروازی‌هایی داشته باشید ولی کمابیش ساده‌لوحانه‌اند.

ر. ل. بله، ولی سعی خود را می‌کنید.

م. گ. اما اصولاً می‌خواهید که یاد بگیرید، دنیای نامتناهی علم در برابر شماست، البته فکر می‌کنید که شما هم می‌توانید [چیزی] عرضه کنید ...

ر. ل. منظورتان از جوان چیست، ۱۰ ساله؟ ۱۵ ساله؟

م. گ. بین ۱۰ تا ۲۰. اما آنچه رشد می‌یابد، که هم مثبت و هم منفی است، مشارکت شخصی شماست؛ و این امر خلوص بینش شما را تا حدی آلوده می‌کند. با این دیدگاه، یادگیریِ چیز نو خیلی خوب است چون کاری ندارید که با آن بکنید، برای شما دانش محض است. از نظر عاطفی درگیر نیستید و خیلی بیشتر یاد می‌گیرید. می‌توانید به گشاده ذهنیِ طبیعی خود بازگردید. اگر اصلاً چنین کاری نکنید درجا می‌زنید. ما از چیزهای نو لذت می‌بریم.

ر. ل. می‌بینید! از معیارهای زیباشناسانه استفاده می‌کنید!

م. گ. من [به اینها] می‌گویم عاطفی.

ر. ل. زمینه‌های خانوادگی شما چیست؟ چه چیزی برای شما تعیین‌کننده بوده است؟

م. گ. وقتی ۹ ساله بودم مادرم کتاب راده‌ماخر[1] و توپلیتس[2] (اعداد و اَشکال) را به من داد. نوشته کاملاً قابل توجهی است شامل نظریهٔ کانتور، هندسهٔ مقدماتی مثلثها و چیزهایی دربارهٔ اعداد اول. هرچند مطالب آن را زیاد نمی‌فهمیدم ولی برایم هیجان‌انگیز بود، خیلی خوب نوشته شده بود.

ر. ل. چه اهمیتی برای انتخاب تعریف خوب، اصطلاحات خوب و نمادگذاری خوب قائل هستید؟

م. گ. اهمیت دارد، ولی اهمیتش در مقایسه با جوهر موضوع، ثانویه است.

ر. ل. ریاضیات و هنر، موسیقی، نقاشی، ...

م. گ. منظورتان چیست: مقایسه، روابط متقابل؟

ر. ل. هرچه [مفرمایید].

م. گ. البته ریاضیدانان در تعامل با هنر هستند.

ر. ل. من متوجه نوعی همبستگی بین بعضی رشته‌ها شده‌ام. [مثلاً از احساس] خودم [بگویم]، وقتی نقاشی از پیشرفت باز می‌ایستد، ریاضیات هم دچار ایستایی می‌شود.

1. Rademacher 2. Toeplitz

م. گ. این نظر شخصی است و من اطلاع کافی از هنر ندارم تا پاسخ بدهم، شاید ارزش مطالعه داشته باشد، شاید هم نه.

ر. ل. ریاضیات و رایانه، رابطه با آموزش.

م. گ. چقدر ریاضیات ممکن است تحت تأثیر ماشین دگرگون شود؟ قطعاً بی‌اندازه دگرگون خواهد شد. همین الان هم این اتفاق افتاده است. اکنون ریاضیاتِ مخلوطی وجود دارد که افراد شهودشان را بر پایهٔ مقدار زیادی آزمایش عددی بنا می‌کنند، مثل مکانیک آماری و آشوب.

ر. ل. نظرتان در این باره چیست؟

م. گ. عالی است! چیز نوی است و ممکن است ریاضیات فعلی را نابود کند، ولی این سرنوشت هر موجود زنده است که می‌میرد، و ریاضیات هم ممکن است بمیرد. نوع جدیدی از تفکر وجود خواهد داشت، احتمالاً کارامدتر، زیرا ابزاری اضافی را به خدمت خواهد گرفت. فکر می‌کنم که ما نهایتاً در گروههایی با رایانه‌ها کار خواهیم کرد و قضیه ثابت نخواهیم کرد؛ ما [در حال حاضر] بیش از حد به اثبات اتکا داریم. قضایای نیمه‌اثبات‌شده وجود خواهند داشت، و این نوع دیگری از بازی است. ولی شاید کاملاً عطش ریاضیمان را برای دانش فرو ننشاند، به هر حال بغرنج است.

ر. ل. درست است، چون به ماشین وابسته است، و ماشین ممکن است خطا کند.

م. گ. نه، این‌طور نیست، آن رایانه‌های شطرنج‌باز را در نظر بیاور. مطمئناً بهتر از هر کسی، شاید به استثنای یکی دو نفر در جهان، بازی می‌کنند، ولی هنوز می‌توانیم شطرنج بازی کنیم چون دوستش داریم.

ر. ل. درست.

م. گ. این [استفاده از رایانه] طرز تلقی از شطرنج را کاملاً دگرگون می‌کند. فکر نمی‌کنم شطرنج تا سی سال دیگر حضوری جدی داشته باشد. رایانه‌ها آن را بهتر انجام می‌دهند، پس جالب نیست. تصور کنید چه می‌شود اگر چنین اتفاقی برای ریاضیات بیفتد. اگر رایانه‌ها واقعاً آن را بهتر انجام دهند شاید نوع متفاوتی از ریاضیات داشته باشیم.

ر. ل. لِروی گورهان[1] [در کتابی] نوشت که بشر در طول قرون موفق شد فعالیتهایش را صورت خارجی بخشد، ابتدا ابزارهایی تولید کرد، سپس ماشینها را، تا انرژی به‌دست بیاورد، اکنون با استفاده از رایانه‌ها قسمتی از فعالیتهای مغز صورت عینی می‌یابد.

م. گ. در صورت بقای تمدن ما، رایانه‌ها در هرکار فکری محضی گوی سبقت را از ما خواهند ربود. چند سال طول خواهد کشید؟ ۱۰، ۲۰، ۵۰ یا ۱۰۰ سال؟ فکر می‌کنم کمتر از ۱۰۰ سال. ساختار جدیدی از زندگی ظهور خواهد کرد. مغز، همان‌طور که نیروی عضلانی امروزه خوار است، خوار خواهد شد. البته به کمک نیروی عضلانی می‌شود پول زیادی در بازی بسکتبال درآورد، ولی نه درکاریدی. در مورد مغز هم همین‌طور است. هیچ امر مقدسی در این باره وجود ندارد. نئوکورتکس[2] [قشر نوین مخ] که (فرض می‌شود) [مسؤول] اعمال ریاضی است از نظر تکاملی، تازه و بسیار ابتدایی است و نهایتاً در خواهیم یافت چگونه کار می‌کند یا به هر حال آن را مدل‌سازی می‌کنیم؛ چرا نکنیم؟

ر. ل. چرا نکنیم؟

م. گ. هیچ دلیلی، مطلقاً هیچ دلیلی، وجود ندارد که بگوییم این غیرممکن است. افرادی مانند پنروز[3] هستند که نظراتی برخلاف این دارند، ولی ...

1. Leroy Gourhan 2. neocortex 3. Penrose

ر. ل. با این موافقم، از آنجا که ما از ماده ساخته شده‌ایم، اجتماعی از سلولها و رابطها هستیم، پس چرا تصور نکنیم که روزی ماشین به همان سطح از پیچیدگی برسد.

م. گ. محتمل است که سخت‌افزار الکترونیکی (با پردازش موازی) در عرض ۳۰ تا ۵۰ سال دیگر به پای ظرفیت سیناپسی مغز ما (حدود 10^{14} سیناپس در قشر مخ) برسد. آن‌طور که از تغییرات ژنتیکی (حدود 10^3 ژن) قشر مخ در یک میلیون سال اخیر تکامل بشری بر می‌آید، نرم‌افزار موردنیاز در حدود 10^5k تخمین زده می‌شود. حتی قابل تصور است که ۲۰ـ۱۰ صفحه برنامه‌نویسی هوشمندانه (خیلی هوشمندانه)، یک رایانهٔ سان[1] را قادر به یادگیری ریاضیات ظرف چند ماه کند. طبیعتاً نوشتن چنین برنامه‌ای به مسأله متداول NP بر می‌خورد ولی موفقیت تکاملِ زیستی (و نیز پیروزی شگفت‌آور ریاضیات بشری بر NP) ما را خوش‌بین می‌سازد، و حتی رایانه‌های امروزی نگرش ما را تغییر می‌دهند.

ر. ل. ... و نحوهٔ تفکرمان را؟

م. گ. و نحوهٔ تفکرمان را، و نگرش عاطفی‌مان را. هرچه باشد، اثبات قضیه‌ای با چندین صفحه محاسبه تفاوت چندانی با محول کردن آن به کامپیوتر نمی‌کند. ولی وقتی این دومی فراهم باشد، اعتباری که برای چنین اثباتی قائلیم، و لذا التذاذی که از آن می‌بریم فروکش می‌کند. ولی احتمالاً راههای دیگری برای هدایت تمایلاتمان به ریاضیات خلاقه خواهیم یافت.

ر. ل. سؤالات دیگری در نظر دارید که بخواهید از شما پرسیده شود؟

م. گ. از دیدن اینکه چگونه بشریت گرانبهاترین سرمایه‌ای را که دارد، یعنی اذهان دست نخوردهٔ کودکان بااستعداد را، ضایع می‌کند اندوهگین می‌شوم. اینها یا بی‌خردانه نابود می‌شوند یا برای رضایت معلمانشان تغییر شکل می‌دهند و ما حتی متوجه نمی‌شویم. اما چگونه باید آموزش و پرورش را سبکتر کرد و در عین‌حال سطح کلی را بالا نگه داشت؟ تنها امید من جایگزین کردن معلمان با کامپیوتر است. این کار اذهانِ حساس را از فشارهای سلطه‌جویانه رها می‌سازد. همچنین آرزو می‌کنم آموزش و پرورش برای همگان متنوعتر باشد.

ر. ل. حتماً ممکن است، حتی اگر آموزش و پرورش دولتی باشد، در فرانسه کلاسهای مخصوصی برای موسیقیدانان یا ورزشکاران آینده هست.

م. گ. از یک طرف باید مبنای مشترکی موجود باشد وگرنه جامعه از هم می‌پاشد. بعد باید راهی برای ارائه کردن مسائل مختلف در مدارس یافت. این تنها یک تمایل است، ولی چنین تنوعی جو فکری در جهان را بی‌اندازه بهبود خواهد بخشید.

ر. ل. یک راه برای ایجاد کمی تنوع این است که از دانش‌آموز بخواهیم پروژه‌ای تهیه کند. این می‌تواند فقط یک مبحث باشد که باید شخصاً تهیه کنند.

م. گ. نه، مسأله فقط عرضه کردن چیزهای متفاوت به آنهاست. مثلاً علوم طبیعی، علوم انسانی و ریاضیات هست. این همه چیز، درحالی‌که دانش‌آموزان هیچ نمی‌دانند. به نحوی باید در معرض این مباحث گوناگون قرار گیرند و سپس به آنان اجازهٔ انتخاب داده شود. دادن آزادی انتخاب به آنها آن‌قدر بدیهی نیست. گاهی اوقات اگر به مدرسهٔ خاصی بروید، مسیر آیندهٔ شما تعیین شده است.

ر. ل. مقایسه کنید با آنچه در انگلیس یا ایالات‌متحده رخ می‌دهد که گزینه‌های بیشتری به دانش‌آموزان ارائه می‌شود تا حق انتخاب از میان شقوق گوناگون داشته باشند، مخاطرهٔ این روش در این است که فقط برای بهترین دانش‌آموزان خیلی موفقیت‌آمیز است، آنهایی که از پشتیبانی خانواده، یا محیط اجتماعی، یا ظرفیتهای فکری ویژه برخوردار نباشند سردرگم می‌شوند.

م. گ. من هیچ راه حلی ارائه نمی‌دهم.

ر. ل. آموزش و پرورش برای چه کسی؟

م. گ. شاید بشود سعی کرد که دانش‌آموزان را پس از بررسی احوال روحی‌شان مختصری جهت داد.

ر. ل. بله، خیلی زودهنگام یا به روشی خیلی مستقیم ممکن است خطرناک باشد.

م. گ. و چه کسی دربارهٔ جهت دادن تصمیم می‌گیرد؟

ر. ل. و چه‌قدر زمان برای تصمیم‌گیری‌ها صرف خواهد شد؟ نمی‌توانید بهترین افراد را بخواهید و صرفاً به‌کار تصمیم‌گیری دربارهٔ دیگران وادارید، آنها [هم] مشغولیتهای خودشان را دارند که باید به آن برسند.

م. گ. بله، ولی فکر می‌کنم ممکن است، البته مسأله باید بررسی شود. پس از تعریف اهداف ([که البته] کار ما نیست، بلکه امری عمومی است)، آنگاه در این چهارچوب باید ممکن باشد، می‌توانید آموزش و پرورش را نظام دهید. بازهم [بگویم که] خیلی طرفدار تکثر و تنوع فکری هستم. هرچه توسط اذهان خلق‌شده است باید توسط اذهان دیگر جذب شود. چون یک شخص نمی‌تواند همه‌چیز را فرا بگیرد، کار باید بسته به سلایق تقسیم شود. جامعه مرفه‌تر و مرفه‌تر می‌شود بنابراین بیشتر و بیشتر می‌توانیم از پس آموزش خودمان برآییم. مسأله، نحوهٔ انجام این کار است. ما به‌عنوان مربی معتقدیم که مردم این‌گونه سعادتمندتر خواهند بود. البته ما از این لحاظ بی‌طرف نیستیم. برخی نمی‌خواهند آموزش ببینند. شاید بسیاری امتناع کنند. ولی در جامعه‌ای با فن‌آوری پیشرفته وجود افراد تعلیم‌ندیده بسیار خطرناک است. پیامدهای آن ممکن است ویرانگر باشند، مثل صدور حکم $\pi = 3$ با اکثریت آرا.

ر. ل. از حکم دادن بر علیه نظریهٔ تکامل بر پایهٔ مذهب خبر دارم، ولی از رأی‌گیری دربارهٔ مقدار π نه.

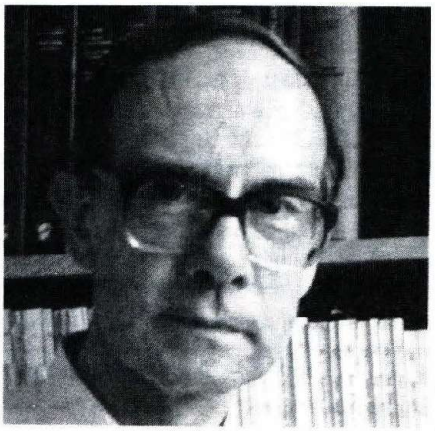
م. گ. نگاهی به کتاب پائولوس[1] به‌نام بی‌سوادیِ عددی بیندازید. مردمی هستند که معنی عددها را درک نمی‌کنند. از آنها بپرسید «چند نفر در نیویورک زندگی می‌کنند، ۱۰,۰۰۰، ۱۰,۰۰۰,۰۰۰، ۱۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰، ۱۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰؟» هیچ احساسی ندارند. اینها کسانی هستند که به طالع‌بینی معتقدند. چیزهایی از قبیل مفهوم مرتبهٔ بزرگی، باید جزئی از فرهنگ عمومی باشد. متأسفانه این هیچ‌وقت آموزش داده نمی‌شود. حتی برخی ریاضیدانان فاقد این [سواد عددی] هستند.

ر. ل. مثلاً این سؤال که چند قطره آب در دریاها و اقیانوسها موجود است سؤالی است هوشمندانه.

م. گ. یا، فوراً بگو، به چند کیلومتر مکعب برای جا دادن مثلاً جمعیت اروپا نیاز است؟

1. Sun

1. Paulos



فریدریش هیرتسبروخ

ترجمهٔ سارا روحانی

رمی لانژُون. تحقیق در ریاضیات و اینکه چگونه سازماندهی می‌شود: آیا یک نوع فعالیت جمعی است یا فردی؟ منظور از «مکتب» در ریاضیات چیست؟ در مورد خاص آلمان، آیا چنین چیزی در این کشور وجود دارد؟

فریدریش هیرتسبروخ: من عقیده دارم که به‌طور کلی، هر ریاضیدان برای خودش کار می‌کند، وایده‌ها ایده‌های خودش هستند. ولی ریاضیدان واقعاً به مباحثات دائمی با دیگران نیاز دارد، او نمی‌تواند در انزوا کار کند و بنابراین به تجربهٔ من، «مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته» در پرینستن، که من از سال ۱۹۵۲ تا ۱۹۵۴ در آنجا بودم، یک مکان ایده‌آل است، و مهمترین کارهای من در آنجا انجام شد. بعضی از آن کارها را به تنهایی و بعضی را با همکاری دیگران انجام دادم. در آنجا از دیگران بسیار آموختم و کتابِ خود «روشهای جدید توپولوژی در هندسهٔ جبری» را نوشتم. دربارهٔ آن دوره، قبلاً بسیار سخن گفته‌ام. به‌هرحال این به‌وضوح نشان می‌دهد که ریاضیدانان به ارتباط با یکدیگر نیازدارند، حداقل در بیشتر اوقات؛ و بنابراین ما بسیار خوشحالیم که در آلمان، «مؤسسهٔ تحقیقات ریاضی اُبر وُلفاخ»[1] را داریم که افراد به مدت یک هفته در آنجا دور هم جمع می‌شوند و نیز «مؤسسهٔ ماکس پلانک برای ریاضیات» را در بن داریم، و اخیراً هم «موسسهٔ ماکس پلانک برای ریاضیات در علوم» در لایپزیک دایر شده که در آنجا می‌توان افراد را برای مدتهای طولانیتری دعوت کرد.

فعالیتهای مشابهی هم در دانشگاهها در قالب رشته‌های تحقیقی خاص[2] با حمایت بنیاد ملی علوم آلمان[3] صورت می‌گیرد.

ر. ل. ممکن است تاریخهای دقیقتری ذکر کنید؟

ف. ه. بله. داستان اُبر وُلفاخ کمی عجیب است. این مؤسسه در سال ۱۹۴۴ تأسیس شد، زمانی که جنگ هنوز ادامه داشت. در آن زمان پروفسور سوس[4] که رئیس دانشگاه فرایبورگ در آن حوالی بود، می‌خواست مؤسسه‌ای داشته باشد که در آنجا کتابخانه‌ها حفاظت شوند، ریاضیدانان بتوانند کنار هم جمع شوند، و شاید از [مصائب] جنگ نجات داده شوند. خیلی واضح نیست که هدف [مقامات] رسمی از [تأسیس آن] چه بود. در این مورد باید پژوهشهای تاریخی صورت بگیرد. معلم من هاینریش بنکه[1] یکی از ریاضیدانانِ آنجا بود. آنها در آنجا کارهایی در ریاضیات می‌کردند که در هر صورتی ممکن بود بکنند، اصلاً وابسته به جنگ نبود. بعدها، پس از جنگ، این مؤسسه که در یک استراحتگاه قدیمی شکارچیان دایر شده بود، همچنان محفوظ ماند. در حقیقت دو نفر از افسران اشغالگر ریاضیدان بودند، و آنها پافشاری کردند که این مؤسسه باید برقرار بماند. آن موقع، حدود سال ۱۹۵۹، تأمین بودجهٔ ثابت برای این مؤسسه میسر بود و بنیاد فولکس واگن (VW) برای ساختمانهای جدید پول می‌داد.

وقتی در سال ۱۹۵۶، بعد از دومین اقامتم در پرینستن، به آلمان بازگشتم، می‌خواستم در آلمان نیز مؤسسه‌ای وابسته داشته باشیم که دیدارکنندگان را برای مدتهای طولانیتری بپذیرد. این خواسته، در ابتدا، عملی نشد. مؤسسهٔ عالی مطالعات علمی (IHES) در فرانسه ۴۰ سال پیش تأسیس شده است. با وجود این من به آرامی کار را در بُن شروع کردم، و در سال ۱۹۶۸ مجوزی برای فعالیت در «رشتهٔ تحقیقاتی خاص» به مدت محدود ۱۵ سال به‌دست آوردیم، و سپس موفق به تبدیل این برنامه به یک ساختار دائمی شدیم، یعنی مؤسسهٔ ماکس پلانک که در سال ۱۹۸۲ گشایش یافت. در زمان متحد شدن آلمان «انجمن ماکس پلانک» می‌خواست در ایالتهای جدید کاری بکند و «مؤسسهٔ ماکس پلانک برای ریاضیات در علوم» تأسیس شد. این مؤسسه، جهت‌گیریی متفاوت با مؤسسهٔ ماکس پلانک در بُن دارد و یکی دو سال کار کرده است.

دربارهٔ این توسعهٔ ریاضیات بعد از وحدت آلمان می‌توان به مصاحبهٔ انجام شده با بُدیل برنر[2] در شمارهٔ سپتامبر ۱۹۹۸ خبرنامهٔ[3] E.M.S [انجمن ریاضی اروپایی] مراجعه کرد.

ر. ل. یک سؤالِ نظری‌تر: «مکتب» در ریاضیات داشتن، یعنی چه و نقش «ریش‌سفیدان»، یعنی افراد مهم و پیشرو، چیست؟

ف. ه. تجربهٔ خودِ من بر اساس این واقعیت است که من هنگامی که تحصیلاتم را در مونستر[4] در سال ۱۹۴۵ آغاز کردم، شاگرد هاینریش بنکه شدم. هاینریش بنکه در سال ۱۸۹۸ متولد شده بود. او سمت استادی ریاضیات را در مونستر در سال ۱۹۲۷ به‌دست آورد، و به تدریج مکتبی در نظریهٔ توابع چندمتغیرهٔ مختلط به‌وجود آورد. وی شاگردی به‌نام پیتر تولن[5] داشت که با همکاری او کتاب معروفی نوشت؛ سپس آغاز به برقراری ارتباط با هانری کارتان در پاریس کرد، و به‌زودی رابطهٔ نزدیکی بین آنها برقرار شد. (متن سخنرانی من در پاریس را در گازت د ماتماتیسین (۱۹۹۷) ببینید). در زمان جنگ، هاینریش بنکه، از آنجایی که همسر اولش یهودی بود، بایستی مراقب می‌بود. زن او مرده بود، و او باید از پسرشان محافظت می‌کرد. بنکه مدتی را قبل از خاتمهٔ جنگ، برای اینکه از بمبارانهای مونستر بگریزد، در اُبروُلفاخ گذراند. آن دوران از لحاظ ریاضیات، دوران بی‌برکتی بود، ولیکن حتی در همان زمانِ نازیها و جنگ، او شاگردی داشت که مدرک دکتریش را در سال ۱۹۴۰ دریافت کرد: کارل اشتاین. بعد از جنگ هاینریش بنکه در سال ۱۹۴۵ به مونستر بازگشت. و اشتاین هم همین‌طور. همچنین فریدریش زُمر[6] هم به آنها پیوست. شهر تقریباً به‌طور کامل ویران شده بود، و بنکه دوباره شروع کرد و خیلی زود، مکتبی ایجاد شد. بنکه جمعاً بیشتر از ۵۰ دانشجوی

1. Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

2. Sonderforschungsbereiche

3. Deutsche Forschungsgemeinschaft 4. Süss

1. Behnke 2. Bodil Branner 3. Newsletter 4. Münster

5. Thullen 6. Sommer

دکتری مثل دوستان من گراورت[1] و رِمرت[2] و خود من داشت.

دربارهٔ خرابیهای به‌بار آمده در دوران نازیها هر چه بگوییم، کم گفته‌ایم. موقعیت پیشرو آلمان در ریاضیات در ۱۹۳۳ از میان رفت. بسیاری از مردم در معرض تهدید و ارعاب نازیها قرار گرفتند و آلمان را ترک کردند. این امر در نمایشگاهی که در طی این کنگره (برلین) برگزار گردید، یادآوری شد. خیلی خوب بود که این موضوع برای جامعهٔ ریاضی و غیرریاضی روشن شد. ما نباید جنایتهای هولناکی را فراموش کنیم که تنها نمونه‌ای از آنها سرنوشت ۵۳ ریاضیدانی است که از برلین بیرون رانده شدند. دربارهٔ مکتبها صحبت می‌کردیم. ایسایی شور[3] یک مکتب جبر در برلین داشت. او دانشجویانِ بسیاری داشت. «سخنرانیهای شور» که در اسرائیل در یادبود او ایراد‌شده در دست است؛ و بعد البته در گوتینگن، مکتبها از میان رفتند. امی نوتر مکتبی نداشت ولیکن به بسیاری از ریاضیدانان برجسته از رشته‌های مختلفی که او خودش در آنها کار نمی‌کرد، رهنمود می‌داد. من او را جزو «اسلاف» خود می‌دانم. چرا که او استاد بزرگِ استاد من هاینتس هوپف در توپولوژی بود، و البته مجبور شد آلمان را ترک کند. به فاصلهٔ کوتاهی بعد از آن، در آمریکا درگذشت.

ر. ل. پس در نظر شما «مکتب» عبارت است از گروهی از افراد در حول یک شخصیت قوی.

ف. ه. بله. همان‌طور که قبلاً گفته شد، در دوران فعالیت بنکه در مونستر (حدود ۴۰ سال) او بیش از ۵۰ دانشجوی دکتری داشت، که عدهٔ معدودی از آنها قبل و در حین جنگ بودند، چرا که در دورهٔ نازی ریاضیات افول کرد. بعد از جنگ او فعالیت و روابطش با گروهِ هانری کارتان را گسترش داد. لذا این نمونه‌ای از یک مکتب است.

ر. ل. بنابراین به‌نظر می‌رسد که شما یک دیدگاه گراف‌مانند دارید، ارتباطاتی بین گروههای کوچک می‌بینید و عقیده ندارید که مکتبهایی در مقیاس یک کشور وجود دارند.

ف. ه. خیر. من همچنین مدتی در زوریخ زیر نظر هاینتس هوپف و بنو اِکمان[4] درس خواندم. در آنجا یک مکتب توپولوژی تحت نظارت هاینتس هوپف وجود داشت، ولیکن به بزرگی مکتب بنکه نبود و آنقدر دانشجو نداشت. بعدها البته اِکمان خودش هم مکتبی به‌وجود آورد. اخیراً، به مناسبت هشتادمین سالگرد تولد اِکمان یک ریاضیدان کاتالونیایی «شجرهٔ اخلاف» اکمان را کشیده بود که تا چهار نسل را شامل می‌شد.

ر. ل. آیا ریاضیدانان مهم دیگری را می‌بینید که فکر کنید در کار شما تأثیر داشته‌اند؟

ف. ه. بعد از بنکه و کارتان، اکمان و هوپف، از کودایرا[5]، اسپنسر، بورِل، سِر، چرن و توم نام می‌برم. من نُه مقاله با مایکل اتیا نوشتم. من از او، بسیار بسیار زیاد یاد گرفتم. ما از کارهای رائول بوت استفاده کردیم. همکاری با همکار جوانم دان تساگیر[6] هم برای من خیلی مهم بود.

ر. ل. دانشجوی کسی بودن، و با یکدیگر به یک گروه کوچک تعلق داشتن، روابطی نزدیکتر از رابطهٔ اردوش — یعنی داشتن مقالهٔ مشترک — هستند، به سراغ روابط ضعیفتر که برویم چه تعداد ریاضیدان می‌شناسید؟

1. Grauert 2. Remmert 3. Issai Schur 4. Beno Ekmann
5. Kodaira 6. Don Zagier

ف. ه. من معمولاً نام و چهره را به یاد نمی‌آورم، و فقط به یاد می‌آورم که آنها را در بُن در مؤسسهٔ ماکس پانک، یا در مسافرتهای مختلف خود یا در کنفرانسها دیده‌ام. با احتساب ۴۳ سال «دوران بُن» مطمئناً هر سال ۳۰ الی ۴۰ دیدارکننده را ملاقات کرده‌ام و اگر موارد تکراری به‌حساب آورده نشود، روی هم ۱۰۰۰ تا یا بیشتر می‌شود. احتمالاً بتوانم حدود ۲۰۰ ریاضیدان را نام ببرم. من چندین مقاله با اتیا، بورِل و تساگیر نوشته‌ام، و بسیاری کسان دیگر هستند که با آنها حداقل یک مقاله نوشته‌ام، برای مثال با هوپف، وان دو وِن[1]، کودایرا. به‌طور کلی کسانی که با آنها حداقل یک مقاله داشته‌ام تقریباً ۲۰ نفرند. حال دیگر سعی نمی‌کنم حساب کنم که چه تعدادی از افراد با رابطهٔ مرتبهٔ ۳ی اردوش با من مربوط می‌شوند.

ر. ل. راجع به این عبارت که به دیودونه نسبت داده شده چه فکر می‌کنید: در جهان ۱۰۰ ریاضیدان وجود دارند، دیگران فقط سیاهی لشکرند.

ف. ه. من این را تأیید نمی‌کنم. در هر دانشگاه معتبر جهان دو یا سه ریاضیدان وجود دارند که بسیار خوب هستند. ولیکن، مسلّماً اگر راجع به ریاضیدانان پیشگام و برجسته حرف بزنیم، که در این صورت تعریف آن عبارت است از کسانی که حوزه‌های جدیدی را بنیان گذاشته‌اند، کسانی که روشهای جدیدی ابداع کرده‌اند، کسانی که اکتشافاتِ بزرگی کرده‌اند، کسانی که برای گروه بزرگی از ریاضیدانان اهمیت دارند، آن وقت عدد ۱۰۰ و یا شاید ۲۰۰ یا ۳۰۰ ممکن است قابل قبول باشد. وقتی به تعدادِ افرادِ شایسته‌ای که خود آنها را ملاقات کرده‌ام فکر می‌کنم، رقم ۱۰۰ به‌نظرم کوچک می‌آید.

ر. ل. اگر به تحقیقات به‌صورت کلی نگاه کنیم، آیا این‌طور به‌نظرتان می‌رسد که بعضی مسیرهای تحقیقاتی رشد می‌کنند و بعد می‌میرند؟ آیا فکر می‌کنید که کسی بتواند تعیین کند که مسیری از تحقیقات با شکست مواجه شده؟ (و در این صورت، چه کسی؟)

ف. ه. مسیرهای تحقیقاتی خودشان به‌وجود می‌آیند. من آنها را جهتهایی طراحی (و برنامه‌ریزی)شده نمی‌دانم. برای خود من، وقتی که به پرینستن آمدم، نظریهٔ بافه‌ها[2] که توسط لوری[3] بنیانگذاری شده بود مطرح بود و آنگاه جریان سمینارهای کارتان و سِر در پاریس و سمینارهای کودایرا و اسپنسر در پرینستن پیش آمد. لذا نظریهٔ بافه‌ها و کاربردهای آن در هندسهٔ جبری بایستی یاد گرفته می‌شدند، و این امر مسیر تازه‌ای را گشود. در درونِ این مسیر، من کار خود را روی قضیهٔ ریمان-رُخ انجام می‌دادم. بعدها قضیهٔ ریمان-رُخ گروتندیک و قضیهٔ اندیس اتیا و سینگر مطرح شدند. این همه مسیری بسیار عریض تشکیل می‌دهند که به چندین مسیر تقسیم شده است. یکی از این مسیرها که در آنالیز است، در متن سخنرانی بیسموت در کنگرهٔ برلین دیده می‌شود؛ وی گزارشی تاریخی هم دربارهٔ آن موضوع ارائه کرد. بنابراین، خیلی اوقات می‌توان یک مسیر را ۳۰ الی ۴۰ سال دنبال کرد. [آن مسیر] هیچگاه به انتها نمی‌رسد.

ر. ل. پس وقتی سعی می‌کنید یک دیدگاه تاریخی به‌دست آورید، به گذشته نگاه می‌کنید؟

ف. ه. بله، برای مثال توجه کنید به آنچه در روزکاری [Arbeitstagung][4]

1. Van de Ven 2. sheaf theory 3. Leray

۴. روز خاصی در مؤسسهٔ بن که از ریاضیدانان حاضر خواسته می‌شود فی‌البداهه سخنرانی کنند.ـم.

در بُن می‌گذشت که در آنجا مسیر دیگری که من تعقیب کردم، شاخص بود: میلنر و کره‌های غریب[1] او، نتایج اسمیل دربارهٔ حدس پوانکاره در ابعاد بالاتر و رابطهٔ کره‌های غریب با تکینه‌ها [کار بریسکورن[2]]. بسیاری چیزها از این رهگذر پدید آمدند. در این راستا تکینه‌های A، D، E، در بسیاری جاها پیش می‌آیند، که در کنگرهٔ (بین‌المللی ریاضیدانان در برلین) هم مطرح شدند. بنابراین اگر حوزهٔ خاصی برای مدتی خیلی آرام باشد، نمی‌توان گفت که مرده است. ممکن است دوباره برخیزد.

ر. ل. با توجه به آنچه در گذشته در ریاضیات رخ داده است، راجع به شاخهٔ تاریخ ریاضیات چه فکر می‌کنید؟

ف. ه. خوب، من فکر می‌کنم که رشتهٔ بسیار مهمی است. تاریخ‌شناسِ ریاضیات بودن، آسان نیست. شما باید ریاضیات را هم، به معنایی بسیار گسترده، بدانید. به نظر من شما در صورت داشتن تصوراتی از تاریخ ریاضیات است که می‌توانید درک و شناخت واقعی از ریاضیات داشته باشید. ریاضیدانان حرفه‌ای معمولاً در دورهٔ خاصی از حرفه‌شان، توجهی [به تاریخ ریاضیات] ندارند. آنها می‌خواهند به پیش بروند. ولیکن معمولاً، فرد در طول بخشی از دورهٔ کاری خود علاقه‌مند می‌شود بداند که [آن موضوع] چگونه به‌وجود آمده است. من از خواندن کتابهای تاریخی بسیار لذت می‌بردم. با وجود این وقت آن را نداشتم که خود، مانند بعضیها، به‌صورت حرفه‌ای به تاریخ ریاضیات بپردازم.

ر. ل. آیا منظور شما این است که خصوصیتی در تاریخ ریاضیات هست که برای تاریخ‌شناسِ ریاضیات شدن کافی نیست که تنها چند متن قدیمی خوانده شوند؟

ف. ه. بله. [تاریخ ریاضیات] احتیاج به‌کار فراوان دارد. برای حرفه‌ای شدن در این رشته، باید اصل منابع، نامه‌ها، و آرشیوها را خواند. یک نمونهٔ خوب، وان در واردن است، که به‌خاطر تحقیقاتش در هندسهٔ جبری مشهور است و یک تاریخ‌شناسِ حرفه‌ای شد. او کتابهایی دربارهٔ تاریخ قدیم ریاضیات نوشته است.

ر. ل. آیا احساس می‌کنید که در قبال کل ریاضیات مسؤولیتهایی دارید؟

ف. ه. بله، همیشه [چنین احساسی داشته‌ام]؛ در طی دو دوره ریاست انجمن ریاضی آلمان، و یا ریاست انجمن ریاضی اروپا، و در ۱۳ سال ریاست مؤسسهٔ ماکس پلانک، و در ۱۴ سال «سرپرستی رشتهٔ تحقیقاتی خاص»، همیشه این تعهد را احساس می‌کردم، و همچنین بعد از وحدت آلمان، هنگامی‌که از من خواسته شد که به کمیته‌هایی برای کمک به سازماندهیِ دوبارهٔ ریاضیات در آلمان شرقی سابق بپیوندم.

ر. ل. در ارتباط با دیدگاه خودتان دربارهٔ ریاضیات در طول پنجاه سال، مسرهای چندی را که شما در آنها وارد شده بودید ذکر کردید، آیا وقایع دیگری نیز هستند که فکر کنید خیلی مهم بوده‌اند؟

ف. ه. بله، البته؛ موارد بسیاری هستند. معلومات من بسیار محدود است. من به این موضوع بر اساس تجارب خودم نگاه می‌کنم. مطمئناً می‌توانم [تحولات] نظریهٔ اعداد و نظریهٔ گروههای حسابی و بسیاری از شاخه‌های آن را ذکر کنم. نظریهٔ گروههای لی و نظریهٔ نمایش نیز فوق‌العاده توسعه یافته‌اند. من از دوست خود آرمان بورِل و هاریش-چاندرا[3] یاد می‌کنم.

1. exotic 2. Brieskorn 3. Harish-Chandra

در مورد دستاوردهای تازه‌تر، باید به فالتینگس که هم‌اکنون در مؤسسهٔ ماکس پانک در بُن است، و البته به کارِ وایلز در حلّ فرضیهٔ فرما اشاره کنم. در طول پانزده سال گذشته روابط جدید و شگفت‌آوری بین ریاضیات و فیزیک پدید آمده است (اتیا، ویتن). در کنگرهٔ [برلین] به کارایی نامعقول فیزیک در کشف قضایای ریاضی اشاره شد (قول معمول در جهت عکس است)، اما این حکم در هر دو جهت درست است. حداقل، این چیزی است که در دو دههٔ اخیر دیده‌ایم. ما سخنرانی کامران وفا در کنگره را شنیدیم که به بررسی این جریان می‌پرداخت: نظریهٔ ریسمان، خمینه‌های کالابی-یاو[1]، نظریهٔ آیینه‌ها که نتایج متعددی در هندسهٔ جبری به‌دست می‌دهد، مثلاً شمارش تعداد خمهای گویا؛ کافی است به کونتسویچ[2] اشاره کنم. همهٔ اینها بسیار مهیج است، و در این کنگره مورد بحث بود.

ر. ل. آیا موارد دیگری هم به نظرتان می‌رسد؟

ف. ه. همان‌طورکه گفتم، موارد بسیاری هستند. در سالهای اخیر، خیلیها دربارهٔ «کوانتومی‌سازی» صحبت می‌کنند: چیزهای مهمی در هندسهٔ دیفرانسیل، در حساب وردشها وجود دارند. پیشرفتهای زیادی به‌دست آمده است. مثلاً در سیستمهای دینامیکی، همان‌طور که در سخنرانی موزر که پنجاه سال گذشته را دربر می‌گرفت، شنیدیم.

ر. ل. دربارهٔ فعالیت شما: چگونه، کجا و چه وقت کار می‌کنید؟

ف. ه. خوب، من هر روز به دفترکارم می‌رفتم و هنوز هم می‌روم. در آنجا با افرادی که به آن حوالی می‌آیند صحبت می‌کنم. و کارهای مدیریتی خود را انجام می‌دهم. من عادت کرده‌ام که کار ریاضی واقعی یعنی نوشتن مقاله را در خانه و در اتاق مطالعهٔ خود، و معمولاً در شنبه‌ها، یکشنبه‌ها و یا روزهای تعطیل دیگر، انجام دهم.

ر. ل. استیو اسمیل زمانی گفت که زیباترین قضیه‌هایش وقتی به ذهنش رسیده که در سواحل ریو بوده است.

ف. ه. بله، این ممکن است در حین قدم زدن یا در وان حمام یا وقتی که آدم آرامشی دارد اتفاق بیفتد.

ر. ل. نوشتن برای شما چگونه است؟ آیا چیز خوشایندی است، یا چیزی است که مجبورید آن را انجام بدهید، ولی قسمت ناخوشایند کار است؟

ف. ه. نوشتن همیشه برای من ناخوشایند است. تصمیم‌گیری برای نوشتن ناخوشایند است، و پس از تصمیم‌گیری، احتمالاً به چند روزی وقت برای اینکه واقعاً شروع کنم احتیاج دارم. ولی، وقتی که شروع کنم، مقاله‌ای که خیلی طولانی نباشد، اغلب اوقات نسبتاً سریع تمام می‌شود. لذت واقعی وقتی به آدم دست می‌دهد که مقاله آماده می‌شود.

ر. ل. بعضیها عکس این احساس را دارند، وقتی مقاله تمام می‌شود، از آن بیزار می‌شوند، برای اینکه همان چیزی نیست که موقع شروع کردن انتظارش را داشتند.

ف. ه. خیر، وقتی مقاله تمام می‌شود، من با رضایت به آن نگاه می‌کنم. البته، ممکن است قسمتی از آن باشد که آن را دوست نداشته باشم. این [موضوع]

1. Calabi-Yau 2. Kontsevitch

خیلی خوشایند نیست ولیکن من معمولاً وقتی مقاله کامل می‌شود، راضی و خشنودم.

ر. ل. چه وقت به این نتیجه می‌رسید که دستاوردی باید منتشر شود؟ این سؤال شامل یك سؤال دیگر هم می‌شود: چه چیزی باید منتشر بشود؟

ف. ه. مطلبی که منتشر می‌شود باید واقعاً یک نتیجهٔ جدید، یک قضیهٔ مهم، با مثال زیبا، چیزی باشد که آدم فکر کند جالب است. من نمی‌خواهم هر نتیجهٔ کوچکی منتشر شود. معمولاً وقتی سخنرانی می‌کنم، از من خواهش می‌شود که آن‌را بنویسم، مثلاً برای چاپ در «گزارشها»ی یک کنفرانس. من دوست دارم سخنرانی کنم و شاید بعد آن را به چاپ برسانم و یا اصلاً این کار را نکنم.

ر. ل. آیا شما شاگردانی دارید؟

ف. ه. من درواقع همیشه دوست داشته‌ام که درس بدهم. در بن، بسیاری اوقات در کلاسهایی که تا ۴۰۰ دانشجو داشت به مبتدیان درس می‌دادم. من به آنها حسابان ۱، حسابان ۲، شاید نظریهٔ توابع و مباحث دیگر را درس می‌دادم، و آنگاه دوباره از اول شروع می‌کردم. داشتن شاگردان مبتدی همیشه این امکان را فراهم می‌کند که دانشجویانی داشته باشید که بعدها برای دریافت «دیپلم» یا درجهٔ دکتری کار کنند. من، جمعاً ۴۰ دانشجوی دکتری در دورهٔ کاری خود داشته‌ام.

ر. ل. دورهٔ کاری شما تمام نشده است.

ف. ه. خوب، در حال حاضر هیچ دانشجویی ندارم. من از دانشگاه و از ریاستِ مؤسسهٔ ماکس پلانک بازنشسته شده‌ام. ولی هنوز در M.P.I (مؤسسهٔ ماکس پلانک) کار می‌کنم.

ر. ل. آیا دانشجویان به شما ایده‌های تازه و نو می‌دهند، یا اینکه احساس می‌کنید راهنمای آنها در اولین گامهایشان هستید؟

ف. ه. آنها معمولاً به من ایده‌های تازه می‌دادند، با بعضی از آنها بعدها مقالهٔ مشترک نوشتم. هنگامی که رسالهٔ خود را تهیه می‌کردند، من خیلی با آنها کار نمی‌کردم، برای اینکه معمولاً وقت زیادی نداشتم، ولیکن مراقب بودم که در یک جو جذّابِ ریاضی کار کنند. همچنین به آنها می‌گفتم که با چه کسی صحبت کنند، چه کسی قرار است به بُن بیاید، چه بخوانند. و آنگاه دوباره با هم حرف می‌زدیم. زمانی‌که روی رساله‌شان کار می‌کردند، ارتباط زیادی با آنها برقرار نمی‌کردم. آنها قرار بود که از همان ابتدا کاملاً مستقل باشند.

ر. ل. آیا شما تجربهٔ شکست را هم در کارهایتان داشته‌اید؟

ف. ه. گمان می‌کنم موارد زیادی اتفاق افتاده که آنچه را که می‌خواستم به‌دست نیاورده‌ام. ولیکن به‌طور کلی از نتایج به‌دست آمده راضی و خوشحالم.

ر. ل. تأثیر خانوادهٔ شما در اینکه ریاضیات را انتخاب کنید، چه‌قدر مهم بود؟

ف. ه. خیلی. پدر من معلم ریاضیات بود. من خیلی اوقات با او حرف می‌زدم. به کتابهایی که در گوشه و کنار خانه بودند، علاوه بر کتابهای درسی معمولیِ مدرسهٔ ابتدایی، دسترسی داشتم، تا اینکه آن خانه بر اثر بمباران ویران شد. من مطمئناً وضعیتی بهتر از دیگران داشتم. در نوجوانی، در نتیجهٔ بحث با پدرم، تصمیم گرفتم کارِ ریاضی بکنم.

ر. ل. در چه سنی این تصمیم را گرفتید؟

ف. ه. شاید وقتی‌که ده سال داشتم. در آن زمان برایم معلوم نبود که این کار چه نوع شغل و حرفه‌ای خواهد بود.

ر. ل. آیا شما فکر می‌کنید که ریاضیاتْ ساختاری مستقل از علوم دیگر است یا رابطهٔ دوطرفهٔ مستحکمی بین ریاضیات و احتیاجاتِ دیگر علوم وجود دارد؟

ف. ه. اشیای ریاضی در ارتباط با چیزهایی هستند که در طبیعت وجود دارند. به چندوجهی‌های منتظم نگاه کنید. آنها در طبیعت وجود دارند، بنابراین ریاضیدانها آنها را اختراع نکرده‌اند بلکه کشف کرده‌اند. احتمالاً بسیاری از ساختارها در ریاضیات اختراع شده‌اند، ولیکن آنها هم اختیاری و دلخواه نیستند. ریاضیدانان نمی‌توانند هرکاری را که می‌خواهند بکنند، سیر پیشرفتِ طبیعیِ موضوع آنها را به دنبال خود می‌کشاند. رابطهٔ نزدیکی بین ریاضیات با فیزیک و نجوم وجود دارد. در زمانهای قدیم، جداکردن این رشته‌ها از یکدیگر مشکل بود. امروزه، همان‌طورکه گفته شد، دوباره رابطهٔ بسیار نزدیکی بین ریاضیات و فیزیک وجود دارد.

ر. ل. در بارهٔ این عقیده چه فکر می‌کنید: ریاضیات یك زبان است؟

ف. ه. ریاضیات روشی برای مطالعه و بیان نظریه‌هاست. فیزیکدانان بدون ریاضیات نمی‌توانستند نتایج خود را بنویسند و یا در بارهٔ نتایجشان صحبت کنند. از این لحاظ، ریاضیات می‌تواند یک زبان باشد، ولی من عبارت «زبان» را دوست ندارم. به نظر من ریاضیات را نمی‌توان با زبان مقایسه کرد. در ریاضیات مفاهیمی پدید می‌آید و زبان برای توصیف آنها به‌کارگرفته می‌شود.

ر. ل. شما فکر می‌کنید که [ریاضیات] در همان سطح زبان نیست؟

ف. ه. بله، ما همه نوع اسمی را معرفی می‌کنیم، ما یک روش ریاضی برای توصیف چیزها داریم، ولی از نظر من این کاملاً مشابه با زبان نیست.

ر. ل. در بارهٔ معیارهای زیبایی در ریاضیات چه فکر می‌کنید؟ آیا می‌توانید ریاضیات زیبا را مشخص کنید؟

ف. ه. بله، من احساسی دارم که بعضی از اثباتها زیبا هستند. همچنین ساختارهای خاصی، در نظریهٔ گروهها، با [داشتن] تقارنهای بسیار، زیبا هستند. اثباتی که واقعاً قانع‌کننده است، اثباتی شما می‌توانید آن را تا آخر تعقیب کنید، زیباست. بنابراین دیدگاهِ زیبایی‌شناسی دقیقاً در همانجاست. اگر شما درسی بدهید و آن درس بسیار خوب ارائه شود، می‌تواند زیبا باشد. و حتی یک فرد غیر ریاضیدان هم می‌تواند آن‌را حسّ کند. ولی همهٔ این [موضوع] را نمی‌توان به‌خوبی تعریف کرد. هرکسی معیار خود را دارد.

ر. ل. آیا شما فکر می‌کنید که تلاش برای تعریف چنین «زیبایی» فایده‌ای داشته باشد؟ یا آنکه تنوع معیارهای زیبایی‌شناسانه ممکن است به چیزهای جالبتری منجر شود؟

ف. ه. تنوع خوب است. ولیکن پایهٔ مشترکی وجود دارد که هرکسی آن را قبول دارد.

ر. ل. آیا شما فکر می‌کنید که این سلیقهٔ زیبایی‌شناسانه وابسته به زمان است، یا اینکه آن‌را «جهان شمول» و غیرقابل تغییر در طول اعصار می‌دانید؟

ف. ه. چنانچه به قضایای هندسهٔ نااقلیدسی نگاه کنیم، آنها زیبا باقی مانده‌اند. اگر به هندسهٔ اقلیدسی و مطالبی که در مدرسه یاد گرفتیم، مثلثها، نگاه کنیم آنها زیبا هستند و همچنان زیبا خواهند ماند.

ر. ل. بنابراین شما مثالهایی دارید که در طول ۲۰۰۰ سال به‌جای مانده‌اند، از نظر شما این موضوع نشان می‌دهد که یک چنین پایهٔ مشترکی وجود دارد،

ف. ه. بله.

ر. ل. آیا ریاضیدان‌بودن، مانند نجاربودن، یک حرفه است یا چیز دیگری است؟

ف. ه. خوب، ریاضیات یک حرفه است، ولیکن فرد ممکن است خودش را کاملاً وقف آن کرده باشد. ریاضیات می‌تواند همچنین یک سرگرمی باشد. این موضوع در مورد بعضی نجاران هم که به کارشان به‌عنوان هنر نگاه می‌کنند و از آخر هفته‌هایشان برای ساختن اشیایی خاص استفاده می‌کنند، صادق است. در هر صورت من فکر می‌کنم که ریاضیدان باید کاملاً ریاضیات را دوست داشته باشد، عملاً هیچ‌گاه آن‌را ترک نکند، و هیچگاه از فکرکردن به آن باز نایستد. بعضی ریاضیدانان، ازجمله خود من، بسیار سرگرم امور مدیریتی هستند. بنابراین همیشه مقاطع زمانیی هستند که میزان کار ریاضی در آنها کم می‌شود. ولی آن دوست‌داشتن هیچ‌گاه پایان نمی‌پذیرد.

ر. ل. نظرتان در بارهٔ این جمله که آن‌را به آداماار نسبت می‌دهند چیست: «ایده‌های ساده معمولاً در آخر کار پیدا می‌شوند.»

ف. ه. من فقط می‌توانم عبارتی از هاینتس هوپف را نقل کنم. او هنگامی‌که توم نشان فیلدز را دریافت می‌کرد، سخنانی در معرفی و تمجید توم ایراد کرد. او دربارهٔ جبر کوبوردیسم، ساختاری که امکان می‌دهد خمینه‌ها، به‌استثنای خمینه‌های مرزی، جمع و ضرب شوند، صحبت کرد. این پایه و اساس کار توم بود. هوپف گفت: «این مفهوم ممکن بود در نظر من بسیار ساده بیاید.» یک ایدهٔ ساده ممکن است منجر به مطلبی بسیار زیبا و مهم شود. مفهوم گروه هوموتوپی هم ایدهٔ ساده‌ای است.

ر. ل. سؤال من بیشتر مربوط به لحظه‌ای می‌شد که شما به‌آن ایده‌های ساده دست می‌یابید، آیا در شروع کار با وضعیت آشفته و درهم و برهمی روبه‌رو هستید و تنها در آخر کار به ایدهٔ حقیقی می‌رسید؟ یا گمان می‌کنید که ممکن است ایده‌ای در ذهنتان جرقه بزند که شما را در بخش خاصی از کار به پیش برد؟

ف. ه. ممکن است ایده‌های ساده‌ای وجود داشته باشند که قضیهٔ چهار رنگ را، بدون کمک کامپیوتر، کوتاهتر کنند. ممکن است ایده‌های ساده‌ای باشند که تقسیم‌بندی گروههای سادهٔ متناهی را بهتر کنند. می‌توانیم امیدوار باشیم.

ر. ل. به‌نظر می‌رسد که شما باز از ذکر هر قاعده‌ای خودداری می‌کنید و می‌گویید که ببینیم چه‌چیزی اتفاق می‌افتد و فقط نتیجه را تحسین کنیم،

ف. ه. بله من نمی‌توانم یک حکم کلی بدهم. وقتی ریاضیدانان باید مسأله‌ای را حل کنند که به حل ۱۰۰۰۰۰ معادلهٔ خطی نیاز دارد، از کامپیوتر استفاده می‌کنند. این کاری عملی همچون بهینه‌سازی مسیرها و جدول زمانبندی برای قطارهای برقی یا تراموا‌ها در یک شهر است. کار سنگینی است که باید انجام شود، خیلی خوب و جالب است که بتوان آن‌را انجام داد، ولی همیشه به‌عنوان یک کار ریاضی، جالب نیست. شاید ایدهٔ اینکه چگونه باید انجام شود زیبا و جالب باشد، و بعد از مدتی ساده‌ترین و بهترین روشها هم ممکن است پیدا شوند.

ر. ل. به نامهایی که برای اشیای ریاضی ابداع می‌شوند، چه‌اهمیتی می‌دهید؟ آیا شما هم بعضی از این نامها را ابداع کرده‌اید؟

ف. ه. بله. من کلمهٔ «Garbe» را که معادل آلمانی «بافه» است پیشنهاد کردم. همین‌طور رده‌های تاد[1] را معرفی کردم. شاید این کار را قبلاً کوداییرا کرده بود ولی نه به این صراحت. من چندجمله‌ایهایی را که در قضیهٔ ریمان-رخ ظاهر می‌شوند رده‌های تاد نامیدم. همچنین [در مواردی] یک حرف را به‌عنوان نام مطرح کردم، مانند L-گونه و A-گونه، یا اسمهایی را به‌کار بردم مانند «نشان» [«دستینه»[2]] که از قبل وجود داشتند.

ر. ل. آیا هیچ اهمیتی به‌آن نامها می‌دهید؟

ف. ه. خوب، من فکر می‌کنم که نامها می‌توانند حاوی نشانه‌ای از معنا باشند؛ نامها را نمی‌توان خیلی دلخواهانه نسبت داد. در اصطلاحات «بافه» یا «Garbe» یا «faisceau» [معادل فرانسوی کلمهٔ «بافه»]. سعی شده نشان داده شود که این اشیا چگونه چیزی هستند.

ر. ل. آیا اسمی هست که در طول ۵۰ سال گذشته ابداع شده و شما خصوصاً آن را دوست داشته باشید؟

ف. ه. در نظرم نیست.

ر. ل. [دربارهٔ رابطهٔ] ریاضیات و هنر، ریاضیات و کامپیوتر [چه می‌گویید]؟

ف. ه. البته کامپیوتر کمک بزرگی برای ریاضیدانان است. ما می‌توانیم آزمایشهایی در حوزه‌هایی که غیرقابل دسترس بودند، انجام دهیم. من ریاضیدانانِ بسیار نظری را دیده‌ام که یک فرضیه را، قبل از شروع به‌اثبات، آزمایش می‌کردند. نتیجهٔ آزمایش لزوماً منجر به اثبات فرضیه نمی‌شد، ولیکن گواه مستحکمی از صحت آن بود. اثباتهایی به‌کمک کامپیوتر انجام شده است، مانند قضیهٔ چهاررنگ، و تا به حال اثبات غیرکامپیوتری برای آن به‌دست نیامده است. پژوهشهای ریاضی، خصوصاً به‌سبب استفاده از کامپیوتر، با گذشته فرق دارد. با وجود این، در اساس به‌همان صورت است. کارها در ذهن ما انجام می‌شوند، کامپیوتر تنها وسیله‌ای است برای کمک به ما.

ر. ل. در نظر شما کامپیوتر نوع پیچیده‌ای از پرگار یا خط‌کش است،

ف. ه. بله، ولیکن وقتی می‌بینم که دیگران چگونه و چقدر سریع از آن استفاده می‌کنند، چقدر در نظریهٔ اعداد پیشرفت می‌کنند، واقعاً حیرت زده می‌شوم و آن را تحسین می‌کنم.

ر. ل. راجع به نقش کامپیوتر در ارتباطات چه می‌گویید؟

ف. ه. پست الکترونیک حیرت‌انگیز است، ولی من می‌ترسم که هنر نوشتن علامات و نشانه‌های ریاضی از دست برود. البته پست الکترونیک یک راه ارتباط فوری است که بسیار کاراتر از تلفن است. ابزار خوبی برای نوشتن مقالات مشترک است، گرچه بهتر است که رو در رو بحث شود.

1. Todd Classes 2. signature

ر. ل. آیا فکر می‌کنید که کامپیوتر روش کار ریاضی را تغییر می‌دهد یا اینکه فکر می‌کنید این فقط یک مُد است و مردم به‌روشهای قدیمیِ کار با یکدیگر، ملاقات، بحث و نوشتن، باز خواهند گشت؟

ف. ه. هر دوی آنها. ارتباط از طریق پست الکترونیک باقی خواهد ماند و جزئی از زندگی روزمره خواهد بود. من امیدوارم که ریاضیدانان همچنان علاقه‌مند به ملاقات با یکدیگر باشند. در حقیقت علی‌رغم وجود پست الکترونیک، دائماً ملاقاتهای بیشتر و بیشتری صورت می‌گیرند!

ر. ل. پس شما فکر می‌کنید ملاقاتهای خیلی زیادی انجام می‌شوند،

ف. ه. احتمالاً! ریاضیدانان باید در خانه بنشینند و کار کنند. من هیچ نشانی از این موضوع نمی‌بینم که این ارتباطات الکترونیک سریع، تعداد ملاقاتها را کم کند. ما به هر دو نیاز داریم. ارتباط الکترونیک و ملاقاتها، ولی در هیچ یک از آنها نباید زیاده‌روی شود.

ر. ل. ممکن است کمی درباره آموزش در دبیرستان و مقطع لیسانس بگویید؟ ریاضیدانان چه‌نقشی را باید یا نباید، یا شاید داشته باشند؟

ف. ه. معلم دبیرستان باید به‌دانش‌آموزان بفهماند که ریاضیات رشتهٔ بسیار جالبی است، که زیباست، و بار دیگر می‌گویم، که می‌توان آن را دوست داشت. می‌توان سؤالات بسیار جذابی پیدا کرد که دانش‌آموزان روی آنها کار کنند. البته، معمولاً می‌شنویم که دانش‌آموزانی که از دبیرستان به‌دانشگاه می‌آیند، گاه به‌اندازهٔ کافی آموزش ندیده‌اند، و یا انگیزهٔ کافی ندارند. این شاید برای آن باشد که آنها [در مدرسه فقط] دستورالعمل یاد می‌گیرند. شاید هم برای آن باشد که معلم باید راهکارهای تعیین شده در یک برنامه را که توسط مقالات بالاتر نوشته شده، دنبال کند و انعطاف بسیار کمی در تعلیماتش دارد. ما فقط در صورتی می‌توانیم دانشجویان خوبی به‌دست آوریم که معلمان خیلی خوبی در دبیرستانها داشته باشیم. به‌همین‌ترتیب، درسهای مربوط به مبتدیان در دانشگاه، حساب دیفرانسیل و انتگرال، باید چنان ارائه شود که برای دانشجویان جالب و هیجان‌انگیز باشد، با شرح تاریخی مهیج و کاربردهایی در همه‌جا.

ر. ل. به‌عبارت دقیقتر، فکر می‌کنید ریاضیدانانی مانند شما، ریاضیدانانِ فعال در پژوهش، چه‌نقشی باید در آموزش دبیرستانی ایفا کنند؟

ف. ه. اولاً باید در درسهایمان معلمان آینده را تربیت کنیم، تا از پایهٔ خوبی برخوردار شوند. ثانیاً باید رابطه با معلمان را بعد از تحصیلاتشان حفظ کنیم. درسهای خاصی را برای آنها ارائه دهیم تا ارتباط آنها با دانشگاه سست نشود. خیلی خوب می‌شود که این ارتباط در قالب دیدارها و ملاقاتهای منظم باشد. برای مثال، هاینریش بنکه، که چندبار از او سخن گفتم، چنان ملاقاتی را سالی یک‌بار ترتیب می‌داد. معلمان از همهٔ نواحی اطراف می‌آمدند. او مجله‌ای را با همراهی اُتو توپلیتس، به‌نام زمستر بریشته [گزارش نیمساله] برای معلمان پایه‌گذاری کرد.

ر. ل. اخیراً برای کاری که برای وزارت آموزش و پرورش فرانسه انجام می‌دهم، از چندین نفر از کسانی که در دورهٔ لیسانس خود دروس ریاضی خوانده‌اند (مثلاً پزشکها، مهندسان، آرشیتکتها، ...) این سؤال را پرسیدم: «چه‌چیزی از ریاضیاتی که در طول تحصیل خود یاد گرفتید به‌یاد می‌آورید؟» جواب اکثریت بزرگ آنها یک «هیچ‌چیز» ساده بود، عکس‌العمل شما چیست؟ آیا فکر می‌کنید که اهمیتی که در دبیرستان به‌ریاضیات داده می‌شود موجه است؟ آیا گمان می‌کنید که [پاسخ آنها] مبالغه‌آمیز است، یا اینکه فکر می‌کنید با توجه به‌اینکه این پاسخ بسیار تأسف‌آور است، باید ریاضیات دیگری را تدریس می‌کردیم؟ آیا به‌نظر شما تغییر جهتی لازم است تا کسانی را که نمی‌خواهند در آینده ریاضیدان بشوند، قانع کند که ریاضیات می‌تواند برای آنها مهم باشد؟

ف. ه. شما آرشیتکتها را مطرح کردید. آنها مطمئناً به‌ریاضیات احتیاج دارند. همان‌گونه که مهندسان احتیاج دارند.

ر. ل. من در حقیقت فقط سؤال را مطرح می‌کنم، پاسخ آرشیتکتها مأیوس‌کننده‌ترین پاسخ نبود، ولیکن اکثر مهندسان اول جواب می‌دادند «هیچ‌چیز» و بعد اقرار می‌کردند که آنها ممکن است کمی از آمار استفاده کنند، کار آنها عمدتاً شبیه‌سازی است.

ف. ه. ما مسلماً کارهای زیادی باید انجام دهیم تا ریاضیات را در اجتماع زنده نگاه داریم. در اینجا، در کنگره، کوششهایی انجام شد. از جمله یک نویسنده و شاعر آلمانی، هانس مگنس انتسنز برگر[1]، که در آلمان خیلی معروف است، سخنرانی کرد. وی سعی کرد توضیح دهد که چرا ریاضیدانان در یک جزیره زندگی می‌کنند و چرا پلهای متحرک بالا کشیده شده‌اند و هیچ ارتباطی برقرار نمانده است. او همچنین بر علیه کسانی که همیشه می‌گویند «من در ریاضیات خیلی ضعیف بودم» و از این موضوع افتخار می‌کنند، صحبت کرد و سعی کرد توضیح دهد که چرا چنین تمایلی وجود دارد درحالی‌که از طرف دیگر ریاضیات در همه جا، ولو به‌طرز نامرئی، به‌کار می‌رود. سخنرانیهای عمومی دربارهٔ مثلاً ریاضیات و پزشکی (از قبیل آنکه دیروز برگزار شد)، قاعدتاً جلب توجه می‌کنند. این حقیقت دارد که بسیاری از مردم فکر می‌کنند ریاضیات فعالیت خاصی است که هیچ فایده‌ای ندارد، خیلی ملال‌آور و کمی عجیب و غریب است.

ر. ل. چرا چنین است؟ آیا فکر می‌کنید ما ممکن است مسؤولیتی در این وضع داشته باشیم، هم از لحاظ روش تدریسمان و هم از لحاظ ریاضیاتی که می‌گذاریم تدریس شود؟

ف. ه. بله، ما مسؤولیتی داریم، ما به دانشجویان لیسانس درس می‌دهیم. این [اشکال] ممکن است مربوط به نوع ارتباطی باشد که با دانشجویان قبلی دورهٔ لیسانس که اکنون معلم‌اند، برقرار می‌کنیم. همچنین ما باید با عامهٔ اجتماع رابطه داشته باشیم. موزهٔ ریاضیات که قسمتهایی از آن در نمایشگاه ساختمان اورانیا (در خلال کنگرهٔ برلین) نشان داده شد، اقدام جالبی است. [برگزاری] آن نمایشگاه موفقیت‌آمیز بود. به‌من گفتند که یک بعداز ظهر، ۱۰۰۰ دانش‌آموز به‌آنجا آمده‌اند. این تلاشها منجر به ایجاد یک موزهٔ ریاضیاتِ دائمی در شهر گیسن خواهد شد که قرار است آلبرشت بویتل‌اشپاخر[2] استاد ریاضی در دانشگاه گیسن، آن را سازماندهی کند.

1. Hans Mgnus Enzensberger 2. Albrecht Beutelspacher